

Esercizi Riepilogativi relativi alle lezioni di: 30/01/06, 01/02/06 e 02/02/06

Nei seguenti esercizi, si consideri fissato una volta per tutte un riferimento  $RC(O, \mathcal{E})$  per  $\mathbb{R}^3$  con coordinate  $(x, y, z)$ .

**Esercizio 1:** Stabilire la natura delle seguenti quadriche euclidee e dedurre la loro rispettiva forma canonica affine:

(i)  $x^2 - 4x + y^2 - 6y = 3$ ;

(ii)  $x^2 + y^2 + z^2 - 6y + 3z = 0$ ;

(iii)  $x^2 + 2y^2 + z^2 = 0$ ;

(iv)  $x^2 + xy + y^2 + xz + z^2 = 3$ .

**Esercizio 2:** (i) In  $\mathbb{P}^2$  si considerino i punti  $[1, 2, 3]$ ,  $[1, 0, -1]$ ,  $[2, 1, 0]$ . Stabilire se sono collineari.

(ii) Determinare l'equazione omogenea della retta per i due punti  $P = [1, 1, -1]$  e  $Q = [1, 1, 0]$  di  $\mathbb{P}^2$ .

(iii) Determinare l'intersezione delle rette  $x_0 - x_1 + x_2 = 0$  e  $2x_0 - x_1 - x_2 = 0$  in  $\mathbb{P}^2$ .

**Esercizio 3:** (i) In  $\mathbb{R}^2$  si consideri la retta  $r$  di equazione  $2x + 3y = 1$ . Considerando questo  $\mathbb{R}^2$  come la carta affine (o schermo)  $x_0 \neq 0$  di  $\mathbb{P}^2$ , determinare il punto improprio di  $r$ .

(ii) Trovare l'equazione cartesiana della retta passante in  $(1, 0) \in \mathbb{R}^2$  ed avente come punto improprio  $[0, 1, 2]$ .

**Esercizio 4:** Dato il punto  $P = [1, 0, 1]$  determinare l'unica retta del fascio di rette per  $P$  che passa per  $Q = [0, 1, 1]$ .