

Universita' degli Studi di Roma - "Tor Vergata" - Facolta' Ingegneria Edile/Architettura
FOGLIO 1: Esercizi per il corso di GEOMETRIA 2 - a.a. 2005/2006
Docente: Prof. F. Flamini

Esercizi Riepilogativi relativi alle lezioni di: 12/12/05, 14/12/05 e 15/12/05

Nei seguenti esercizi, si consideri fissato una volta per tutte un riferimento cartesiano ortogonale $RC(O, \mathcal{E})$ per \mathbb{R}^2 con coordinate cartesiane (x_1, x_2) .

Esercizio 1: Sia $\underline{u} = (-1, 1)$. Determinare tutti i vettori \underline{x} che sono ortogonali ad \underline{u} e che hanno norma uguale a 2.

Esercizio 2: Determinare tutte le rette passanti per $P = (-1, 2)$ e formanti con l'asse x_1 un angolo convesso pari a $\pi/3$. Determinare i due angoli convessi fra le due rette ottenute.

Esercizio 3: Siano assegnate le rette:

$$\underline{s}_1 : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2t, t \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\underline{s}_2 : x_1 - 2x_2 + 1 = 0 \text{ e } \underline{s}_3 : 2x_1 + x_2 - 2 = 0.$$

- (i) Determinare un'equazione cartesiana di \underline{s}_1 ;
- (ii) Determinare un'equazione cartesiana della retta \underline{r} parallela ad \underline{s}_1 e passante per $P_0 = \underline{s}_2 \cap \underline{s}_3$;
- (iii) Determinare le equazioni parametriche della retta \underline{n} per $P_1 = \underline{s}_1 \cap \underline{s}_2$ e perpendicolare a \underline{s}_3 ;
- (iv) Verificare che la retta per i punti

$$Q_1 = (1, -1/4) \text{ e } Q_2 = (2, 1/4)$$

e' parallela a \underline{s}_2 . Tale retta coincide con \underline{s}_2 ?

Esercizio 3: Siano assegnati i punti

$$P = (1, 2), Q = (2, -1), R = (1, 0).$$

(i) Dopo aver verificato che i 3 punti formano i vertici di un triangolo \mathcal{T} , determinare l'area del triangolo \mathcal{T} .

(ii) scrivere le equazioni delle mediane di \mathcal{T} e delle tre altezze di \mathcal{T} .

(ii) Trovare il punto Q' simmetrico di Q rispetto a P e la retta \underline{r} simmetrica rispetto a P della retta \underline{r}_{RQ} . Verificare che \underline{r} e' la parallela ad \underline{r}_{RQ} passante per $\sigma_P(R)$, il punto simmetrico di R rispetto a P .

(iii) Proiettare in modo ortogonale il punto P sulla retta

$$\underline{r} : x + y + 2 = 0.$$

Esercizio 4: Siano r_1 ed r_2 due rette passanti ambedue per il punto $p_0 = (2, -1)$ e rispettivamente per $q_1 = (18/5, 1/5)$ la prima e per $q_2 = (2, 1)$ la seconda. Assumiamo che tali rette siano tangenti ad una circonferenza \mathcal{C} rispettivamente in q_1 ed in q_2 .

- (i) Determinare il centro C , il raggio r e l'equazione cartesiana di \mathcal{C} ;
- (ii) Disegnare la circonferenza \mathcal{C} .

Esercizio 5: Sia \mathcal{Q} il quadrato di vertici:

$$(1, 1), (6, 1), (2, 3), (3, 3).$$

Disegnare l'immagine di \mathcal{Q} dopo:

- (i) la traslazione T di passo $(1, 1)$;
- (ii) la dilatazione $D_{1,3}$;
- (iii) la riflessione rispetto alla retta $x_1 - x_2 = 0$;
- (iv) la rotazione R_π .

Per quali angoli φ , la rotazione R_φ manda il quadrato in se stesso?

Esercizio 6: (i) Scrivere le equazioni della rotazione $R = R_{P_0, \pi/3}$ di centro $P_0 = (1, 2)$ ed angolo $\pi/3$;

(ii) Scrivere le equazioni della simmetria S_r rispetto alla retta

$$r : x_1 - x_2 + 1 = 0;$$

(iii) Individuare la retta s per P_0 tale che $S_r \circ S_s = R$.