

TUTORATO 1 GEOMETRIA 1

Corso di Laurea in Scienze e Tecnologia per i Media - Roma "Tor Vergata"

Roma, 6 Novembre 2015

• **1)** Dati i seguenti vettori di \mathbb{R}^3 : $v_1 = (1, 0, 1)$, $v_2 = (1, 0, 0)$ e $v_3 = (0, 1, -1)$ dire se essi formano o meno una base di \mathbb{R}^3 . Se sì dire quali sono le componenti del vettore $v = (1, 1, 1)$ in questa base, se no di quale sottospazio sono base?

• **2)** Sia $R = \{1 - x, 1 + x, x^2, 1 - x^3\} \subseteq \mathbb{R}[x]$, determinare $\dim(\text{Span}(R))$ e dire se $\text{Span}(R) = \text{Span}(\{1, x, x^2, x^3\})$.

• **3)** Sia $U = \left\{ A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) : A \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$.

1. Dire se U è un sottospazio di $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$;

2. Determinare $\dim(U)$;

3. Trovare una base di $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ che non contenga elementi di U .

• **4)** Siano $S = \{(2, 0, -2), (-6, 1, 8)\}$ e $T = \{(-2, 0, -1), (12, -2, 2)\}$

1. S, T sono basi di sottospazi di \mathbb{R}^3 ?

2. Determinare $\dim(\text{Span}(S))$ e $\dim(\text{Span}(T))$.

3. Determinare $\dim(\text{Span}(S + T))$ e $\dim(\text{Span}(S \cap T))$

4. Trovare una base di $S + T$

• **5)** Data $\{v_1, v_2\}$ base di V (che è un qualsiasi spazio vettoriale)

1. Dire se $\{v_1 - v_2, 2v_1 + v_2\}$ è ancora una base;

2. Dire se ogni sottoinsieme $S \subseteq V$ di cardinalità infinita è un sottospazio. In caso positivo dare una dimostrazione, in caso negativo trovare due controesempi. (cioè trovare V, S, v_1, v_2 per i quali l'asserto è falso)

3. Si consideri ora V come sottospazio di \mathbb{R}^3 e sia W un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^3 tale che $\dim(W) = 2$ e $W \neq V$. Provre che $V \cap W$ contiene vettori non nulli.