

TUTORATO 1 GEOMETRIA 1

Corso di Laurea in Scienze e Tecnologia per i Media - Roma "Tor Vergata"

Roma, 23 ottobre 2015

- 1) Calcolare i determinanti e, se possibile, le inverse delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & -1 & 1 \end{pmatrix};$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

- 2) Dire se i seguenti insiemi sono o meno sottospazi vettoriali

$$U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1\};$$

$$V = \{(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid x_1^2 + \dots + x_n^2 \leq 1\};$$

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid a + b + c = 0, b + 2c + d = 0 \right\};$$

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y - z = 0, z = \pi\};$$

- 3) Trovare le soluzioni dei seguenti sistemi lineari

$$\begin{cases} x + 2y + 3z + 2t = 1 \\ y + 4z = 3 \\ \frac{x}{2} + y + \frac{17z}{2} + 2t = \frac{11}{2} \\ 2x + 4y + 6z + 5t = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 3y - z = 1 \\ 9x - 7y + 2z = 2 \\ -17x + 13y + 2z = 3 \end{cases}$$

- 4) Sia $V = C^0(\mathbb{R})$ lo spazio vettoriale delle funzioni continue di una variabile reale a valori reali.
1. Dire se può esistere una base contenente $\cos^2(x)$ e $\frac{1 - \cos(2x)}{2}$ ed in caso positivo trovarne una.
 2. Determinare $\text{Span}(\cos(0))$, $\text{Span}(\sin(\frac{3}{2}\pi))$ e $\text{Span}(e^y)$, con $y \in \mathbb{R}$ fissato.
 3. Dire se $\{1, \sin(x), \cos(x), \sin^4(x), \cos^4(x), \cos^2(x)\}$ è una base. Se no, esiste un sottoinsieme di essa che lo sarebbe?
 4. Determinare, $\forall n \in \mathbb{N}$ una base di un sottospazio V_n di V di dimensione almeno n .