Tutorato 1 Geometria 1

Corso di Laurea in Scienze e Tecnologia per i Media - Roma "Tor Vergata"

Roma, 13 Novembre 2015

1. Dati U, W sottospazi di $\mathbb{R}^{37}$ tali che $dim(U) = 19$ e $dim(W) = 21$ dire a quale insieme appartiene il numero $dim(U \cap W)$.

2. Sia $U = Span((2, 5, -7), (-5, 7, -41))$ e sia $W = Span((-5, -7, 9), (2, 5, -8))$.

   (a) Trovare $\underline{v} \in \mathbb{R}^3$ tale che non appartenga né a U né a W.

   (b) I sottospazi sono in somma diretta?

   (c) Calcolare $dim(U)$ e $dim(W)$ e trovare una base di $U \cap W$ e una di $U + W$.

   (d) Verificare che valga la formula di Grasmann.

   (e) Verificare che gli elementi di $U \cap W$ si possono scrivere in modo non unico usando i vettori di U o quelli di W.

3. Dare un esempio di U, W sottospazi di $\mathbb{R}^n$ con $n \in \mathbb{N}$ in somma diretta tra loro.

4. Sia $U = Span((0, 4, 1, 1), (0, 8, 2, 2), (-2, 7, 1, 3))$ dare equazioni cartesiane e parametriche di U.

5. Sia U il sottospazio dato da $\begin{cases} 7x + y - 2z + w = 0 \\ x - y - z + w = 0 \end{cases}$ e sia $w_t = (1, t, 0, -4)$.

   (a) Calcolare una base d U.

   (b) Trovare equazioni cartesiane di U.

   (c) Trovare $\tau \in \mathbb{R}$ tale che $w_\tau \in U$.

6. Sia $U = \{p(x) \in \mathbb{R}[x]_{\leq 4} \ : \ p'(4) = 0\}$.

   (a) Mostrare che è un sottospazio vettoriale.

   (b) Calcolarne una base e una dimensione.

   (c) Provare infine che $2t^3 - 9t^2 - 247 + 3 \in U$ e trovare le sue coordinate rispetto alla base di U.

7. Eseguire le seguenti divisioni tra polinomi

   (a) $(3x^3 + x^2 - 5x + 2) : (3x + 2)$
   (b) $(6x^3 + 12x^2 - x - 1) : (3x^2 - 1)$
   (c) $(3x^2 + 2x - 5) : (2x - 1)$

8. Calcolare gli inversi dei seguenti numeri complessi (usare anche la forma polare):

   (a) $1 + 7i$
   (b) $19i$
   (c) 14
   (d) $3 + 4i$
   (e) $8 - i$

9. Calcolare le radici dei seguenti numeri complessi:

   (a) Radici quadrate
      i. $1 + \sqrt{3}i$
      ii. i
      iii. $-i$
      iv. 1
      v. -1
   (b) Radici cubiche
      i. $27i$
      ii. -1
   (c) Radici quarte
      i. 1
      ii. -4
      iii. -1
      iv. $-2 + 2\sqrt{3}i$