1. Siano $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^2$ e $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$, calcolare;

a il coseno dell'angolo φ fra i vettori $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$;

b. il coseno dell'angolo φ fra i vettori $-\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$,

c. il coseno dell'angolo φ fra i vettori $\mathbf{x}$ e $-\mathbf{y}$

d. il coseno dell'angolo φ fra i vettori $\mathbf{x} - \mathbf{y}$ e $\mathbf{x} + \mathbf{y}$

2. Sia $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^2$, trovare un vettore $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^2$ tale che:

a. $\mathbf{y}$ è perpendicolare a $\mathbf{x}$ e $\| \mathbf{y} \| = 3$;

b. $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = -2$ e $\| \mathbf{y} \| = 2$;

c. $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \| \mathbf{x} \| \| \mathbf{y} \|$;

d. $\| \mathbf{x} - \mathbf{y} \| = 0$;

e. $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = 5$ e $\| \mathbf{y} \| = 1$.

3. Trovare (se esistono, altrimenti dimostrare che non possono esistere) $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbf{R}^2$ non nulli tali che

a. $\| \mathbf{x} + \mathbf{y} \| = \| \mathbf{x} \| + \| \mathbf{y} \|$;

b. $\| \mathbf{x} + \mathbf{y} \| = \| \mathbf{x} \| + 2\| \mathbf{y} \|$

c. $\| \mathbf{x} \| = \| \mathbf{y} \| = \| \mathbf{x} + \mathbf{y} \|$.

4. Siano $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ calcolare;

a l'area del triangolo di vertici $\mathbf{0}$, $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$;

b. l'area del parallelogramma di vertici $\mathbf{0}$, $-\mathbf{x}$, $-\mathbf{y}$ e $-\mathbf{x} - \mathbf{y}$;

c. l'area del parallelogramma di vertici $\mathbf{0}$, $-\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ e $\mathbf{y} - \mathbf{x}$;