

1. Sia $\mathbf{p} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

a. Trovare le formule per la rotazione $R_{-\frac{\pi}{2}, \mathbf{p}}$ di centro \mathbf{p} ed angolo $-\frac{\pi}{2}$.

b. Trovare le formule per la rotazione $R_{\frac{\pi}{4}, \mathbf{p}}$ di centro \mathbf{p} ed angolo $\frac{\pi}{4}$

c. Sia ℓ la retta di equazione parametrica $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. Calcolare un'equazione parametrica della retta che si ottiene applicando $R_{-\frac{\pi}{2}, \mathbf{p}}$ ad ℓ .

d. Sia m la retta di equazione cartesiana $x_1 + 2x_2 = 3$. Calcolare un'equazione parametrica della retta che si ottiene applicando $R_{\frac{\pi}{4}, \mathbf{p}}$ ad m .

2. Sia S la riflessione alla retta ℓ di equazione cartesiana $x_1 - \sqrt{3}x_2 = 0$ ed S' la riflessione rispetto alla retta m di equazione parametrica $\mathbf{x} = t \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

a. Calcolare le formule per S ed S' .

b. Calcolare le formule per $S \circ S'$ e per $S' \circ S$.

c. Geometricamente cosa fanno $S \circ S'$ e $S' \circ S$.

d. Esiste un quadrato Q che viene lasciato mandato in se stesso sia da $S \circ S'$ che da $S' \circ S$?

3. Sia S la riflessione rispetto alla retta ℓ di equazione $\sqrt{3}x_1 - x_2 = 2$.

a. Trovare le formule per S e calcolare $S(\mathbf{p})$ ed $S(\mathbf{q})$ dove $\mathbf{p} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{q} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

b. Calcolare $S^2(\mathbf{p}) = S(S(\mathbf{p}))$ e $S^2(\mathbf{q}) = S(S(\mathbf{q}))$. Calcolare $S^3(\mathbf{p}) = S(S(S(\mathbf{p})))$ e $S^3(\mathbf{q}) = S(S(S(\mathbf{q})))$. Calcolare $S^{68}(\mathbf{p})$ e $S^{91}(\mathbf{q})$.

4. Sia Ω l'esagono i cui vertici sono i punti di \mathbf{R}^2 di coordiante

$$\mathbf{q}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{q}_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}, \mathbf{q}_3 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}, \mathbf{q}_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{q}_5 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}, \mathbf{q}_6 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

a. Per quali angoli ϕ la rotazione R_ϕ manda l'esagono Ω in se stesso.

b. Calcolare l'immagine di Ω dopo la riflessione rispetto

i all'asse delle ordinate

ii all'asse delle ascisse

iii alla retta di equazione $\sqrt{3}x_1 + x_2 = 0$

c. Trovare tutte le riflessioni S_ϕ che mandano l'esagono in se stesso.