1. Sia A un insieme di n elementi. Per $i = 0, 1, \ldots, n$, sia $P_i \subset P(A)$ la collezione dei sottoinsiemi di A che possiedono esattamente i elementi.
   (a) Dimostrare che gli insiemi P_i formano una partizione di $P(A)$.
   (b) Esibire una relazione di equivalenza su $P(A)$ che induce la partizione $\{P_i\}$ di $P(A)$.

2. Sia $X = P(P(\emptyset))$. Definiamo un ordinamento parziale su X ponendo $A \leq B$ quando $A \subset B$ per $A, B \in X$. Disegnare il diagramma di Hasse.

3. L'insieme $\{2, 4, 6, 9, 12, 18, 27, 36, 48, 60, 72\}$ è ordinato mediante $d \leq d'$ quando d divide d'. Disegnare il diagramma di Hasse di questo ordinamento.

4. (a) Dimostrare che se $n \geq 2$ non è primo, allora esiste un primo $p \leq \sqrt{n}$ che divide n.
   (b) Sfruttare il risultato (a) per dimostrare che 467 è primo

5. Fattorizzare i seguenti numeri in fattori primi.
   (a) 91; (c) $15^2 - 2^2$; (e) $2^{10} - 1$;
   (b) 210; (d) $10!$; (f) $2^{11} - 1$;

6. Determinare il resto delle divisioni per 3, 9, 4, 11 del numero 3548917.

7. Calcolare $\mathrm{mcd}(623, 413)$, $\mathrm{mcd}(1014, 273)$ e $\mathrm{mcd}(1122, 105)$.

8. Siano a e b interi con $\mathrm{mcd}(a, b) = d$. Dimostrare che $\mathrm{mcd}(a/d, b/d) = 1$.

9. Siano $n, m \in \mathbf{Z}_{\geq 1}$. Siano $\mathrm{mcd}(n, m)$ e $\mathrm{mcm}(n, m)$ il massimo comun divisore e il minimo comune multiplo fra n ed m. Dimostrare che $\mathrm{mcm}(n, m) \cdot \mathrm{mcd}(n, m) = nm$.

10. Per i seguenti numeri n e m, determinare $a, b \in \mathbf{Z}$ tali che $an + bm = \mathrm{mcd}(n, m)$.
    (a) $n = 4$ e $m = 30$; (c) $n = 103$ e $m = 101$; (e) $n = 221$ e $m = 169$;
    (b) $n = 14$ e $m = 40$; (d) $n = 91$ e $m = 0$; (f) $n = 10001$ e $m = 9999$.

11. (a) Scrivere il numero 123 in base 2 e in base 7;
    (b) Scritto in base 2 sia $n = 10010001001$. Esprimere n in base 3;
    (c) Scritto in base 16, siano $n = AB$ e $m = 9C$. Calcolare nm e scrivere il risultato in base 16.

12. Andare al sito `http://www.flashlightcreative.net/swf/mindreader` (anche raggiungibile dalla pagina web del corso) Spiegare come mai la sfera magica riesce a sempre indovinare il simbolo giusto.