

1. Siano  $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$ ,  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  e  $C = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ . Fare una lista degli elementi di
  - (a)  $A \cap B \cap C$ ;
  - (b)  $(A \cup B) \cap C$ ;
  - (c)  $A \cup (B \cap C)$ ;
  - (d)  $(A - B) - C$ ;
  - (e)  $A - (B - C)$ ;
  - (f)  $A \cap (B - C)$ .
2. Siano  $A, B, C$  tre insiemi.
  - (a) Dimostrare che  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$  e che  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ .
  - (b) Costruire tre insiemi  $A, B, C$  per cui  $A \cap (B \cup C) \neq (A \cap B) \cup C$ .
3. Siano  $A, B$  e  $C$  tre sottoinsiemi di  $X$ . Dimostrare
  - (a)  $A \cup B \subset A \cup B \cup C$ ;
  - (b)  $(A - B) - C \subset A - C$ ;
  - (c)  $(A - C) \cap (C - B) = \emptyset$ ;
  - (d)  $(B - A) \cup (C - A) = (B \cup C) - A$ .
4. Sia  $P(A)$  l'insieme delle parti dell'insieme  $A$ .
  - (a) Fare una list degli elementi di  $P(\emptyset)$  e  $P(P(\emptyset))$ .
  - (b) Fare una list degli elementi di  $P(\{0\})$  e  $P(P(\{0\}))$ .
5. Siano  $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$ ,  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  e  $C = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ .
  - (a) Determinare due funzioni iniettive distinte  $f, g: A \rightarrow B$ . Quante ce ne sono in tutto?
  - (b) Determinare due funzioni suriettive distinte  $f, g: B \rightarrow A$ . Ne esistono di iniettive?
  - (c) Determinare due funzioni biettive distinte  $f, g: B \rightarrow C$ . Quante ce ne sono in tutto?
6. Costruire una funzione  $f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{Z}$  tale che
  - (a)  $f$  è iniettiva ma non suriettiva.
  - (b)  $f$  è suriettiva ma non iniettiva.
7. Se esiste, costruire una biiezione fra i seguenti insiemi.
  - (a)  $A = \{1, 2, 3\}$  e  $B = \{7, 8, 10\}$ ;
  - (b)  $A = \{0, 1\}$  e  $B = \{1\}$ ;
  - (c)  $\mathbf{Z}$  e  $\{x \in \mathbf{Z} : x \text{ è dispari}\}$ ;
  - (d)  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{R} - \{0\}$ ;
8. Per le seguenti relazioni  $R$  su  $\mathbf{Z} \times \mathbf{Z}$  stabilire quali sono simmetriche, riflessive o transitive.
  - (a)  $R = \{(n, m) \in \mathbf{Z} \times \mathbf{Z} : n = m\}$ ;
  - (b)  $R = \{(n, m) \in \mathbf{Z} \times \mathbf{Z} : |n - m| = 5\}$ ;
  - (c)  $R = \{(n, m) \in \mathbf{Z} \times \mathbf{Z} : n \geq m\}$ ;
  - (d)  $R = \{(n, m) \in \mathbf{Z} \times \mathbf{Z} : 7 \text{ divide } n^2 - m^2\}$ .
9. Sia  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ .
  - (a) Esibire una relazione su di  $X$ , che sia riflessiva, simmetrica, ma non transitiva.
  - (b) Esibire una relazione su di  $X$ , che sia simmetrica, transitiva ma non riflessiva.
  - (c) Esibire una relazione su di  $X$ , che sia riflessiva, transitiva, ma non simmetrica.
10. Sia  $A = \mathbf{N} \times \mathbf{N}$  e sia  $R = \{(a, b), (c, d) \in A \times A : a + d = b + c\}$ .
  - (a) Dimostrare che si tratta di una relazione di equivalenza.
  - (b) Sia  $\tilde{A} =$  l'insieme delle classi di equivalenza di  $R$ . Dimostrare che la mappa  $f: \tilde{A} \rightarrow \mathbf{Z}$  che associa la differenza  $a - b$  alla classe di equivalenza di  $(a, b)$ , è ben definita ed è una biezione.