

PROGRAMMA DI ISTITUZIONI DI ALGEBRA SUPERIORE

a.a. 2001-2002, I Modulo

Prof. Elisabetta Strickland

Algebre Associative e loro Rappresentazioni

Algebre gruppo. Algebre di endomorfismi. Algebre di matrici. Algebre di dimensione finita su un campo. Algebre di quaternioni. Isomorfismi di algebre di quaternioni.

Moduli. Sottomoduli. Il reticolo dei sottomoduli. Moduli semplici e semisemplici. Struttura dei moduli semisemplici. Condizioni sulle catene. Algebre Artiniane e Noetheriane.

Algebre semisemplici. Ideali destri minimali. Algebre semplici. Il teorema di struttura di Wedderburn. Il teorema di Maschke.

Il radicale di un'algebra. Il lemma di Nakayama. Il radicale di Jacobson. Il radicale di un'algebra Artiniana. Le algebre Artiniane sono Noetheriane. Algebre nilpotenti. Radicale di un'algebra gruppo. Ideali in algebre Artiniane.

Moduli indecomponibili. Algebre locali. Lemma di Fitting. Il teorema di Krull-Schmidt. Rappresentazioni di algebre. Rappresentazioni indecomponibili ed irriducibili.

Definizione di modulo proiettivo. Omomorfismi di moduli proiettivi. Struttura di moduli proiettivi. Elementi idempotenti. Struttura delle algebre Artiniane. La nozione di tipo di rappresentazione.

Le congetture di Brauer-Thrall. Algebre di tipo di rappresentazione limitato e finito. Successioni semplici. Successioni ed estensioni quasi split. Teorema di Roiter.

La nozione di quiver. Definizione delle rappresentazioni di un quiver. Applicazioni alle algebre. Sottoquivers. Cambio dell'orientazione e suo effetto sulle rappresentazioni. Lo spazio quadratico di un quiver. Radici e rappresentazioni.

Testo consigliato: R. Pierce "Associative Algebras" Springer Verlag.