

Programma del corso di Geometria, Prof. Vincenzo Di Gennaro
Ingegneria Informatica, 9 crediti, 25 settembre 2017 - 20 gennaio 2018

Capitolo 1: SPAZI VETTORIALI

1.1 Definizione di spazio vettoriale e proprietà di calcolo. 1.2 Esempi: gli spazi numerici, gli spazi di matrici, gli spazi geometrici, lo spazio dei polinomi. 1.3 Nozione di sottospazio, sottospazio generato, sistema di generatori. 1.4 Sistemi linearmente indipendenti e sistemi linearmente dipendenti. 1.5 Il Lemma di Steinitz. Base e dimensione di uno spazio vettoriale. 1.6 Intersezione e unione di sottospazi, formula di Grassmann.

Capitolo 2: MATRICI

2.1 Matrici diagonali, simmetriche, triangolari. Trasposta di una matrice. Prodotto punto di vettori. Prodotto tra matrici. 2.2 L'algebra delle matrici quadrate. Generalità sull'inversa e sulla trasposta di una matrice. 2.3 Operazioni e matrici elementari. Matrici a scala. L'algoritmo di Gauss. 2.4 Rango di una matrice. Teorema del rango. Calcolo del rango tramite le operazioni elementari. 2.5 Determinante: sviluppo di Laplace, proprietà e calcolo tramite le operazioni elementari. 2.6 Calcolo del rango tramite i determinanti: minore fondamentale di una matrice. Il Teorema degli Orlati. 2.7 Calcolo esplicito dell'inversa di una matrice: l'aggiunta classica e l'Algoritmo di Gauss - Jordan.

Capitolo 3: SISTEMI LINEARI

3.1 Generalità sui sistemi lineari e notazione matriciale. 3.2 Il Teorema e la Regola di Cramer. 3.3 Sistemi lineari compatibili ed il Teorema di Rouché-Capelli. 3.4 Sistemi equivalenti, operazioni elementari su un sistema lineare. 3.5 Variabili libere e rappresentazione parametrica delle soluzioni di un sistema lineare. 3.6 Sistemi lineari omogenei: rappresentazione parametrica e cartesiana di un sottospazio. 3.7 Sistema lineare omogeneo associato.

Capitolo 4: APPLICAZIONI LINEARI

4.1 Coordinate in uno spazio vettoriale. L'applicazione delle coordinate. 4.2 Applicazioni lineari. Matrice rappresentativa di un'applicazione lineare. Matrice del cambiamento delle coordinate. Costruzione di applicazioni lineari. Corrispondenza tra applicazioni lineari e matrici. 4.3 Struttura di un'applicazione lineare: nucleo e immagine. Il teorema della dimensione. 4.4 L'algebra degli endomorfismi. Sostituzione in un polinomio. La relazione di similitudine tra matrici. 4.5 Autovalori ed autovettori per un endomorfismo. Il polinomio caratteristico. Autospazi. Algoritmo per la diagonalizzazione di una matrice.

Capitolo 5: LA FORMA CANONICA DI UN OPERATORE LINEARE

5.1 Generalità sui polinomi. Teorema fondamentale dell'Algebra. 5.2 Matrici a blocchi e proprietà generali. Sottospazi invarianti di un operatore e matrici a blocchi. 5.3 Blocchi di Jordan. Stringhe. Il teorema di Jordan sulla forma canonica di un operatore. Operatori nilpotenti. Calcolo esplicito di una base a stringhe per un operatore. Calcolo della forma canonica senza conoscere una base a stringhe. 5.4 Polinomio minimo. Il teorema di Cayley-Hamilton. Equazioni nell'algebra delle matrici.

Capitolo 6: SISTEMI LINEARI DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI

6.1 Sistemi lineari di equazioni differenziali. Equazione omogenea associata. Integrale generale. Problema di Cauchy. 6.2 Calcolo esplicito dell'integrale generale con l'uso dell'esponenziale di una matrice. 6.3 Decomposizione in fratti semplici di una funzione razionale. Calcolo esplicito dell'integrale generale con l'uso della Trasformata di Laplace.

Capitolo 7: FORME QUADRATICHE

7.1 Forme bilineari simmetriche. Matrici simmetriche. Forme quadratiche. Matrice di Gram. Matrici congruenti. 7.2 L'algoritmo di Gauss-Lagrange. Basi ortogonali in uno spazio pseudoeuclideo. Legge di inerzia: indice, segnatura e rango di una matrice simmetrica. 7.3 Forma canonica rispetto alla congruenza. Forme definite, semidefinite ed indefinite. Criterio dei minori principali. Il criterio di Jacobi. 7.4 Spazi euclidei. Norma in uno spazio euclideo. Diseguaglianza di Cauchy-Schwarz. Proprieta' della norma euclidea. Basi ortonormali. Procedimento di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt. Matrici ortogonali. Il gruppo $O(2)$. 7.5 Coefficiente di Fourier. Proiezione ortogonale. Complemento ortogonale.

Bibliografia consigliata:

V. Di Gennaro, *Appunti del corso*.

Bibliografia consigliata per ulteriori approfondimenti.

S. Abeasis, *Elementi di Algebra Lineare e Geometria*, Ed. Zanichelli

S. Abeasis, *Complementi di algebra lineare*, Ed. Zanichelli.

N. Bakhvalov, *Methodes Numeriques*, Ed. Mir.

M. Barnabei- F.Bonetti, *Sistemi lineari e matrici*, Ed. Pitagora.

M. Barnabei- F.Bonetti, *Forme quadratiche e forme bilineari simmetriche*, Ed. Pitagora.

E. Ciriza, dispense sulla pagina web <http://www.mat.uniroma2.it/~ciriza/didattica.html>

A. Franchetta, *Algebra Lineare e Geometria Analitica*, Liguori Editore, 1979.

L. Geatti, dispense sulla pagina web <http://www.mat.uniroma2.it/~gealbis/>

W. Keith Nicholson, *Algebra lineare, Dalle applicazioni alla teoria*, Editore McGraw-Hill

S. Lipschutz, *Algebra Lineare*, Ed. McGraw-Hill

Mac Lane-Birkhoff, *Algebra*, Ed. Mursia.

F. Orecchia, *Lezioni di Geometria I*, Aracne, 1993

Salsa-Squellati, *Esercizi di Analisi 2*, Ed. Zanichelli.

V.V.Voyevodin, *Linear Algebra*, Ed. Mir.

Obiettivi di apprendimento.

Le nozioni di base dell'algebra lineare.

Modalita' di accertamento.

Esame scritto e orale.