## Analisi di Fourier 8 CFU

## Anno Accademico 2015/2016

**Programma:** Serie di Fourier (trigonometriche ed in forma complessa): convergenza L2, puntuale ed uniforme. Ordine di infinitesimo dei coefficienti di Fourier. Fenomeno di Gibbs (tempo permettendo). Identità approssimate. Convoluzioni e nuclei di sommabilità (cenni). Trasformata di Fourier in L1. ed in L2. Trasformata di Fourier della derivata e della convoluzione. Teorema di inversione e teorema di Plancherel. Classe di Schwartz. La trasformata di Fourier nella classe di Schwartz. Classe di Paley-Wiener. Formula di somma di Poisson. Distribuzioni temperate e loro trasformata di Fourier (trattazione completa o per cenni a seconda della disponibilità di tempo). Trasformata di Fourier di distribuzioni discrete e periodiche e relazione con la serie di Fourier. Campionamento. Teorema di Shannon. Aliasing. Trasformata di Fourier discreta e sue proprietà. Trasformata rapida di Fourier. Trasformata discreta dei coseni.

Obiettivi formativi: completa e profonda comprensione degli argomenti del corso, con la capacità sia di risolvere problemi, sia di presentare enunciati e dimostrazioni di tutti i risultati in maniera corretta e comprendendo perché le ipotesi sono necessarie. Lo studente deve acquisire una assimilazione matura dei contenuti ed essere in grado di applicarli ai corsi successivi.

comprendendo perché le ipotesi sono necessarie. Lo studente deve acquisire una assimilazione matura dei contenuti

**Modalità d'esame:** all'inizio e durante tutto il corso vengono verificate le conoscenze pregresse degli studenti; vengono somministrati 3 o più test intermedi, a scopo sia di orientamento sia di accertamento. L'esame finale avviene attraverso una prova scritta ed una orale, più una verifica dei prerequisiti. Può essere assegnata agli studenti la lettura individuale di piccole parti di altri libri o articoli, che poi gli studenti presentano sotto forma di seminario. La frequenza in classe è obbligatoria per l'ammissione all'esame.

**Libro di testo**: M. Picardello, "Analisi armonica: aspetti classici e numerici" (disponibile online a <a href="http://www.mat.uniroma2.it/~picard/SMC/didattica/materiali did/home materiali STM.html">http://www.mat.uniroma2.it/~picard/SMC/didattica/materiali did/home materiali STM.html</a>)

Fourier series: L2 convergence, pointwise and uniform convergence. Rate of decay of Fourier coefficients. Gibbs phenomenon (if there is time). Approximate identities. Convolutions and summation kernels (outline).

Fourier transforms in L1 and L2 . Fourier transform of derivatives and of convolution. The inversion theorem and the Plancherel theorem. The Schwartz class. Fourier transform on the Schwartz class. The Paley-Wiener class. Poisson summation formula. Tempered distributions and the Fourier transform (in detail or outline according to time availability). Fourier transform of discrete periodic distributions and connection with Fourier series. Uniform sampling. The Shannon sampling theorem. Aliasing. The Discrete Fourier Transform and its properties. The Fast Fourier Transform. The Discrete Cosine Transform.

**Teaching goals**: full and complete understanding of the course's topics. The students must be able to solve problems and to present all statements and proofs in full detail, and have a clear understanding of why the assumptions are needed. This understanding must be acquired in depth, with the capability of applying the contents to the contents of related courses.

**Exam procedure:** at the beginning and during all the development of the course, the students' are tested on their previous knowledge of the mathematical prerequisites; 3 or more intermediate tests are offered in order to point out problems in understanding and also for the evaluation purpose: these tests that are taken into account for the final evaluation. Typically, the final exam is based upon a written test and a colloquium; the students may also be asked to develop small software packages to deal with the numerical aspects of the topics explained in the course, or else to read small parts of appropriate papers or books and present the results therein. Students who do not attend most of the lectures are not accepted at the exams.

**Textbook**: "Analisi armonica: aspetti classici e numerici" (disponibile online sul sito web <a href="http://www.mat.uniroma2.it/~picard/SMC/didattica/materiali\_did/home\_materiali\_STM.html">http://www.mat.uniroma2.it/~picard/SMC/didattica/materiali\_did/home\_materiali\_STM.html</a>)