

Roma, 16 novembre 2017 Esercitazioni di algebra 1 (Damiani) 8^a lezione

1) Discutere la risolubilità e risolvere il seguente sistema di congruenze:

$$\begin{cases} 35x \equiv 28 & (\text{mod } 182) \\ 11x \equiv a & (\text{mod } 104). \end{cases}$$

2) Numeri di Fermat: dimostrare che $641 | 2^{2^n} + 1$.

3) Sia $p > 2$ primo e sia q sia un fattore primo di $2^p - 1$. Dimostrare che $q \equiv 1 \pmod{2p}$.

4) Fattorizzare 2047.

5) Sia p primo; calcolare quanti quadrati ci sono in \mathbb{Z}_p^* , cioè calcolare

$$\#\{a \in \mathbb{Z}_p^* | \exists b \in \mathbb{Z}_p^* \text{ t.c. } a = b^2\}.$$

6) Siano $a, b \in \mathbb{Z}_p^*$ con p primo. Dimostrare che:

i) a, b quadrati $\Rightarrow a^{-1}$ e ab quadrati;

ii) a quadrato e b non quadrato $\Rightarrow ab$ non quadrato;

iii) a, b non quadrati $\Rightarrow ab$ quadrato.

7) Calcolare il MCD tra $x^5 - 3x^4 + 2x^2 - 4$ e $x - 3$.

Esercizi da svolgere a casa.

I) Calcolare il MCD tra $x^5 - 2x^4 + 3x^2 - 4$ e $x^2 + x - 2$.