

UNIVERSITÀ DI ROMA TOR VERGATA

Analisi Matematica I (C.d.S. Ing. dell'Edilizia e Ing. Edile-Architettura)

Docente: A.Cutri

Prova scritta del **19-02-2019**-Tempo a disposizione: h 2:30 - A

Cognome e Nome dello studente

Matricola

Attenzione: le risposte non adeguatamente motivate, non verranno prese in considerazione ai fini della valutazione. Consegnare anche il testo del compito insieme al foglio protocollo dove indicare nome, cognome e numero di matricola

- 1) Data la funzione $f(x) = 3|x+2|+3x+1+\log \left[\left(\frac{6x+11}{3x+5} \right)^2 \right]$ determinare il dominio di f , eventuali asintoti, punti di non derivabilità e loro natura, punti di estremo locale, intervalli di crescita/decrecenza, concavità/convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo.
- 2) Calcolare, al variare di $\beta \in \mathbb{R}$ il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{x^2} + 9x^2 - 2 - \beta x^2}{\cos x - 1 + \frac{1}{2}x^2 - 3^{-\frac{1}{x^2}}}$$

- 3) Discutere, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la convergenza del seguente integrale improprio e calcolarlo per $\alpha = 5$, se esiste finito:

$$\int_1^{+\infty} \frac{(x^4 + \log(1+x^5))^{5-\alpha}}{x^{\frac{\alpha}{5}}(\log^2 x + 10 \log x + 25)} dx$$

- 4) Dopo aver dato la definizione di convergenza di una serie numerica $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$,
a) Studiare, al variare di $\alpha > 0$ la convergenza di:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n}+4} \log(1+4^{-n})$$

- b) determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n^4+3n}-n^2}{\sqrt{n}} \sin \sqrt{n}$$

- 5) (Facoltativo): Data una funzione $f \in C^1([0,1])$ (cioè derivabile con derivata continua in $[0,1]$), dimostrare che esiste una costante $K \in \mathbb{R}$ tale che $f(x) + Kx$ è invertibile in $[0,1]$.

Io sottoscritto, nato a, il, autorizzo la Prof. Alessandra Cutri a pubblicare l'esito della presente prova sulla propria pagina web.

Firma.....

N.B.: In tutti gli esercizi $\log x$ indica il logaritmo in base e
Punteggio massimo: 8+7+7+8+?

UNIVERSITÀ DI ROMA TOR VERGATA

Analisi Matematica I (C.d.S. Ing. dell'Edilizia e Ing. Edile-Architettura)

Docente: A.Cutrì

Prova scritta del **19-02-2019**-Tempo a disposizione: h 2:30 - B

Cognome e Nome dello studente

Matricola

Attenzione: le risposte non adeguatamente motivate, non verranno prese in considerazione ai fini della valutazione. Consegnare anche il testo del compito insieme al foglio protocollo dove indicare nome, cognome e numero di matricola

- 1) Data la funzione $f(x) = 3|x+1| - 3x + 2 + \log \left[\left(\frac{7+6x}{4+3x} \right)^2 \right]$ determinare il dominio di f , eventuali asintoti, punti di non derivabilità e loro natura, punti di estremo locale, intervalli di crescita/decrecenza, concavità/convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo.
- 2) Calcolare, al variare di $\beta \in \mathbb{R}$ il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{x^2} + 5x^2 - 2 - \beta x^2}{\log(1+x^2) - x^2 - 3^{-\frac{1}{x^2}}}$$

- 3) Discutere, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la convergenza del seguente integrale improprio e calcolarlo per $\alpha = 4$, se esiste finito:

$$\int_1^{+\infty} \frac{(5x^4 + 6 + \log(1+x^5))^{4-\alpha}}{x^{\frac{\alpha}{4}} (\log^2 x + 4 \log x + 4)} dx$$

- 4) Dopo aver dato la definizione di convergenza di una serie numerica $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$,
a) Studiare, al variare di $\alpha > 0$ la convergenza di:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt[3]{n} + 3} \log(1 + 3^{-n})$$

- b) determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n^6 + n^2} - n^3}{\sqrt[3]{n}} \sin \sqrt[3]{n}$$

- 5) (Facoltativo): Data una funzione $f \in C^1([0, 1])$ (cioè derivabile con derivata continua in $[0, 1]$), dimostrare che esiste una costante $K \in \mathbb{R}$ tale che $f(x) + Kx$ è invertibile in $[0, 1]$.

Io sottoscritto, nato a, il, autorizzo la Prof. Alessandra Cutrì a pubblicare l'esito della presente prova sulla propria pagina web.

Firma.....

N.B.: In tutti gli esercizi $\log x$ indica il logaritmo in base e
Punteggio massimo: 8+7+7+8+?

UNIVERSITÀ DI ROMA TOR VERGATA

Analisi Matematica I (C.d.S. Ing. dell'Edilizia e Ing. Edile-Architettura)

Docente: A.Cutri

Prova scritta del **19-02-2019**-Tempo a disposizione: h 2:30 - C

Cognome e Nome dello studente

Matricola

Attenzione: le risposte non adeguatamente motivate, non verranno prese in considerazione ai fini della valutazione. Consegnare anche il testo del compito insieme al foglio protocollo dove indicare nome, cognome e numero di matricola

- 1) Data la funzione $f(x) = 3|x-2|+3x-3+\log \left[\left(\frac{6x-13}{3x-7} \right)^2 \right]$ determinare il dominio di f , eventuali asintoti, punti di non derivabilità e loro natura, punti di estremo locale, intervalli di crescita/decrecenza, concavità/convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo.
- 2) Calcolare, al variare di $\beta \in \mathbb{R}$ il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{x^2} + 8x^2 - 2 - \beta x^2}{\cos x - 1 + \frac{1}{2}x^2 - 5^{-\frac{1}{x^2}}}$$

- 3) Discutere, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la convergenza del seguente integrale improprio e calcolarlo per $\alpha = 3$, se esiste finito:

$$\int_1^{+\infty} \frac{(7+x^3+\log(1+x^4))^{3-\alpha}}{x^{\frac{\alpha}{3}}(\log^2 x + 8\log x + 16)} dx$$

- 4) Dopo aver dato la definizione di convergenza di una serie numerica $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$,
a) Studiare, al variare di $\alpha > 0$ la convergenza di:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt[4]{n}+5} \log(1+5^{-n})$$

- b) determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n^8+n^3}-n^4}{\sqrt[4]{n}} \sin \sqrt[4]{n}$$

- 5) (Facoltativo): Data una funzione $f \in C^1([0,1])$ (cioè derivabile con derivata continua in $[0,1]$), dimostrare che esiste una costante $K \in \mathbb{R}$ tale che $f(x) + Kx$ è invertibile in $[0,1]$.

Io sottoscritto, nato a, il, autorizzo la Prof. Alessandra Cutri a pubblicare l'esito della presente prova sulla propria pagina web.

Firma.....

N.B.: In tutti gli esercizi $\log x$ indica il logaritmo in base e
Punteggio massimo: 8+7+7+8+?

UNIVERSITÀ DI ROMA TOR VERGATA

Analisi Matematica I (C.d.S. Ing. dell'Edilizia e Ing. Edile-Architettura)

Docente: A.Cutri

Prova scritta del **19-02-2019**-Tempo a disposizione: h 2:30 - D

Cognome e Nome dello studente

Matricola

Attenzione: le risposte non adeguatamente motivate, non verranno prese in considerazione ai fini della valutazione. Consegnare anche il testo del compito insieme al foglio protocollo dove indicare nome, cognome e numero di matricola

- 1) Data la funzione $f(x) = 3|x-1| - 3x + 4 + \log \left[\left(\frac{5-6x}{2-3x} \right)^2 \right]$ determinare il dominio di f , eventuali asintoti, punti di non derivabilità e loro natura, punti di estremo locale, intervalli di crescita/decrecenza, concavità/convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo.
- 2) Calcolare, al variare di $\beta \in \mathbb{R}$ il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{x^2} + 7x^2 - 2 - \beta x^2}{\log(1+x^2) - x^2 - 6^{-\frac{1}{x^2}}}$$

- 3) Discutere, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la convergenza del seguente integrale improprio e calcolarlo per $\alpha = 2$, se esiste finito:

$$\int_1^{+\infty} \frac{(1+x^5 + \log(1+x^6))^{2-\alpha}}{x^{\frac{\alpha}{2}} (\log^2 x + 6 \log x + 9)} dx$$

- 4) Dopo aver dato la definizione di convergenza di una serie numerica $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$,
a) Studiare, al variare di $\alpha > 0$ la convergenza di:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt[4]{n} + 6} \log(1 + 7^{-n})$$

- b) determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n^{10} + 4n^4} - n^5}{\sqrt[5]{n}} \sin \sqrt[5]{n}$$

- 5) (Facoltativo): Data una funzione $f \in C^1([0, 1])$ (cioè derivabile con derivata continua in $[0, 1]$), dimostrare che esiste una costante $K \in \mathbb{R}$ tale che $f(x) + Kx$ è invertibile in $[0, 1]$.

*Io sottoscritto, nato a, il,
autorizzo la Prof. Alessandra Cutri a pubblicare l'esito della presente prova sulla propria pagina web.*

Firma.....

N.B.: In tutti gli esercizi $\log x$ indica il logaritmo in base e
Punteggio massimo: 8+7+7+8+?