UNIVERSITÀ DI ROMA TOR VERGATA

Analisi Matematica I (C.d.S. Ing. dell'Edilizia e Ing. Edile-Architettura)

Docente: A.Cutrì Prova scritta del **29-01-2019**-Tempo a disposizione: h 2:30

Cognome e Nome dello studente ....

Matricola ....

Attenzione: le risposte non adeguatamente motivate, non verranno prese in considerazione ai fini della valutazione. Consegnare anche il testo del compito insieme al foglio protocollo dove indicare nome, cognome e numero di matricola

1) Calcolare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente limite:

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{e^{x+x^2} - 1 - x - x^2 - \frac{1}{2}\sin(x^2)}{x \sin x \log(1 + x^\alpha)}$$

2) Discutere, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la convergenza del seguente integrale improprio e calcolarlo per $\alpha = 0$,se esiste finito:

$$\int_{\sqrt{\frac{3}{2}}}^{\frac{3}{2}} \left(\frac{\sqrt{x^2 - \frac{3}{2}}}{x(x - \sqrt{\frac{3}{2}})^{2\alpha}} \right) dx$$

3) Dopo aver dato la definizione di ordine di infinitesimo per una successione $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$,

a) determinare se la successione seguente è infinitesima ed in caso affermativo determinare, se esiste, l'ordine di infinitesimo:

$$a_n = \frac{\log(1 + n^{\frac{1}{6}}) - \frac{1}{6}\log n}{\sqrt{n^3 + 2n^2}(\sqrt{n+7} - \sqrt{n})}$$

b) discutere, al variare del parametro $\beta \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^\beta a_n$$

dove a_n è definita al punto a)

4) Data la funzione $f(x) = -\frac{1}{3}\log\left(\frac{x^2}{|x+3|}\right) - x + 1$ determinare il dominio di f, eventuali asintoti, punti di non derivabilità e loro natura, punti di estremo locale, intervalli di crescenza/decrescenza, concavità /convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo.

5) (Facoltativo): Data una funzione continua $f : [0,1] \to [0,1]$, dimostrare che esiste almeno un punto $x_0 \in [0,1]$ tale che $f(x_0) = x_0$. Se f verifica:

$$|f(x) - f(y)| \leq L|x - y| \qquad \text{per qualche } L \in (0,1)$$

provare che tale x_0 è unico.

Io sottoscritto ...., *nato a* ...., *il* ...., *autorizzo la Prof. Alessandra Cutrì a pubblicare l'esito della presente prova sulla propria pagina web.*

Firma................................

N.B.: In tutti gli esercizi $\log x$ **indica il logaritmo in base** e
Punteggio massimo:7+7+8+8+?

UNIVERSITÀ DI ROMA TOR VERGATA

Analisi Matematica I (C.d.S. Ing. dell'Edilizia e Ing. Edile-Architettura)

Docente: A.Cutrì Prova scritta del **29-01-2019**-Tempo a disposizione: h 2:30

Cognome e Nome dello studente ....

Matricola ....

Attenzione: le risposte non adeguatamente motivate, non verranno prese in considerazione ai fini della valutazione. Consegnare anche il testo del compito insieme al foglio protocollo dove indicare nome, cognome e numero di matricola

1) Calcolare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente limite:

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{(\cos x - 1)\log(1 + x^\alpha)}{\log(1 + x + x^2) - \frac{1}{2}x \sin x - x}$$

2) Discutere, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la convergenza del seguente integrale improprio e calcolarlo per $\alpha = 0$,se esiste finito:

$$\int_{\frac{2}{\sqrt{3}}}^{\frac{4}{3}} \left(\frac{\sqrt{x^2 - \frac{4}{3}}}{2x(x - \frac{2}{\sqrt{3}})^{3\alpha}} \right) dx$$

3) Dopo aver dato la definizione di ordine di infinitesimo per una successione $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$,

a) determinare se la successione seguente è infinitesima ed in caso affermativo determinare, se esiste, l'ordine di infinitesimo:

$$a_n = \frac{\log(1 + n^{\frac{1}{3}}) - \frac{1}{3}\log n}{\sqrt{n^4 + 2n}(\sqrt{n + 5} - \sqrt{n})}$$

b) discutere, al variare del parametro $\beta \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^\beta a_n$$

dove a_n è definita al punto a)

4) Data la funzione $f(x) = -\frac{1}{4}\log\left(\frac{x^2}{|x-2|}\right) + x + 2$ determinare il dominio di f, eventuali asintoti, punti di non derivabilità e loro natura, punti di estremo locale, intervalli di crescenza/decrescenza,concavità/convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo.

5) (Facoltativo): Data una funzione continua $f : [0, 1] \to [0, 1]$, dimostrare che esiste almeno un punto $x_0 \in [0, 1]$ tale che $f(x_0) = x_0$. Se f verifica:

$$|f(x) - f(y)| \le L|x - y| \qquad \text{per qualche } L \in (0, 1)$$

provare che tale x_0 è unico.

Io sottoscritto ...., nato a ...., il ...., autorizzo la Prof. Alessandra Cutrì a pubblicare l'esito della presente prova sulla propria pagina web.

Firma................................

N.B.: In tutti gli esercizi $\log x$ indica il logaritmo in base e
Punteggio massimo:7+7+8+8+?

UNIVERSITÀ DI ROMA TOR VERGATA

Analisi Matematica I (C.d.S. Ing. dell'Edilizia e Ing. Edile-Architettura)

Docente: A.Cutrì Prova scritta del **29-01-2019**-Tempo a disposizione: h 2:30

Cognome e Nome dello studente ....

Matricola ....

Attenzione: le risposte non adeguatamente motivate, non verranno prese in considerazione ai fini della valutazione. Consegnare anche il testo del compito insieme al foglio protocollo dove indicare nome, cognome e numero di matricola

1) Calcolare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente limite:

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\cos x - 1 - x + \log(1 + x + x^2)}{x(\tan x)\log(1 + x^\alpha)}$$

2) Discutere, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la convergenza del seguente integrale improprio e calcolarlo per $\alpha = 0$,se esiste finito:

$$\int_{\sqrt{2}}^{2} \left(\frac{\sqrt{x^2 - 2}}{4x(x - \sqrt{2})^{2\alpha}} \right) dx$$

3) Dopo aver dato la definizione di ordine di infinitesimo per una successione $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$,

a) determinare se la successione seguente è infinitesima ed in caso affermativo determinare, se esiste, l'ordine di infinitesimo:

$$a_n = \frac{\log(1 + n^{\frac{1}{4}}) - \frac{1}{4}\log n}{\sqrt{n^2 + 2n}(\sqrt{n + 6} - \sqrt{n})}$$

b) discutere, al variare del parametro $\beta \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^\beta a_n$$

dove a_n è definita al punto a)

4) Data la funzione $f(x) = -\frac{1}{6}\log\left(\frac{x^2}{|x+2|}\right) - x + 3$ determinare il dominio di f, eventuali asintoti, punti di non derivabilità e loro natura, punti di estremo locale, intervalli di crescenza/decrescenza, concavità/convessità, flessi. . Disegnare un grafico qualitativo.

5) (Facoltativo): Data una funzione continua $f : [0, 1] \to [0, 1]$, dimostrare che esiste almeno un punto $x_0 \in [0, 1]$ tale che $f(x_0) = x_0$. Se f verifica:

$$|f(x) - f(y)| \le L|x - y| \qquad \text{per qualche } L \in (0, 1)$$

provare che tale x_0 è unico.

Io sottoscritto ...., nato a ...., il ...., autorizzo la Prof. Alessandra Cutrì a pubblicare l'esito della presente prova sulla propria pagina web.

Firma...............................

N.B.: In tutti gli esercizi $\log x$ indica il logaritmo in base e
Punteggio massimo:7+7+8+8+?

UNIVERSITÀ DI ROMA TOR VERGATA

Analisi Matematica I (C.d.S. Ing. dell'Edilizia e Ing. Edile-Architettura)

Docente: A.Cutrì Prova scritta del **29-01-2019**-Tempo a disposizione: h 2:30

Cognome e Nome dello studente ....

Matricola ....

Attenzione: le risposte non adeguatamente motivate, non verranno prese in considerazione ai fini della valutazione. Consegnare anche il testo del compito insieme al foglio protocollo dove indicare nome, cognome e numero di matricola

1) Calcolare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente limite:

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{x(\arctan x)\log(1+x^\alpha)}{1 - e^{x+x^2} + x + \frac{1}{2}x\sin x + x^2}$$

2) Discutere, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la convergenza del seguente integrale improprio e calcolarlo per $\alpha = 0$,se esiste finito:

$$\int_2^4 \frac{\sqrt{x^2-4}}{3x(x-2)^\alpha}\,dx$$

3) Dopo aver dato la definizione di ordine di infinitesimo per una successione $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$,

a) determinare se la successione seguente è infinitesima ed in caso affermativo determinare, se esiste, l'ordine di infinitesimo:

$$a_n = \frac{\log(1+n^{\frac{1}{5}}) - \frac{1}{5}\log n}{\sqrt{n^3+3n^2}(\sqrt{n+7}-\sqrt{n})}$$

b) discutere, al variare del parametro $\beta \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^\beta a_n$$

dove a_n è definita al punto a)

4) Data la funzione $f(x) = -\frac{1}{4}\log\left(\frac{x^2}{|x-3|}\right) + x + 4$ determinare il dominio di f, eventuali asintoti, punti di non derivabilità e loro natura, punti di estremo locale, intervalli di crescenza/decrescenza, concavità/convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo.

5) (Facoltativo): Data una funzione continua $f : [0,1] \to [0,1]$, dimostrare che esiste almeno un punto $x_0 \in [0,1]$ tale che $f(x_0) = x_0$. Se f verifica:

$$|f(x) - f(y)| \le L|x-y| \qquad \text{per qualche } L \in (0,1)$$

provare che tale x_0 è unico.

Io sottoscritto ...., nato a ...., il ...., autorizzo la Prof. Alessandra Cutrì a pubblicare l'esito della presente prova sulla propria pagina web.

Firma................................

N.B.: In tutti gli esercizi $\log x$ indica il logaritmo in base e
Punteggio massimo:7+7+8+8+?