Corso di Analisi Matematica I a.a. 2018/2019
Ing. dell'Edilizia e Ing. Edile-Architettura
Docente: Alessandra Cutrì
Tutor: Fabio Ciolli

Diario delle esercitazioni

I numeri, se non indicato diversamente, si riferiscono ad esercizi dalla raccolta [Esercizi di Analisi Matematica I](#) dal sito della Docente.

Esercitazione del 04.10.2018

- Richiami di base su funzioni e loro grafico: polinomi, funzioni razionali (in particolare iperbole equilatera), radice, logaritmo, esponenziale, funzioni trigonometriche e loro inverse
- Disequazioni; soluzione delle disequazioni con metodi qualitativo e grafico
- $\left| \frac{x-2}{x+1} \right| \leq x + |x^2 - 1|$
- Disequazioni goniometriche: esercizio 41

Esercitazione del 11.10.2018

- Disequazioni logaritmiche ed esponenziali: 30, 31
- Studio di limitatezza di insiemi: 50, 56, 63
- Studio del dominio di funzioni e grafico qualitativo: 74, 78, 88

Esercitazione del 18.10.2018

- Limitatezza e topologia di sottoinsiemi di $\mathbb{R}$: 57,
 $X = A \cup (-1, 0) \cup \left\{ \sqrt[3]{x^2 - 9}, -10 \leq x \leq 0 \right\} \cup \{5\}$ dove A come in es. 57
- Composizione di funzioni: 101, 121
- Invertibilità: 107 (dipendente da parametro), 116 (determinare inversa e suo dominio)
- Grafico qualitativo di funzione: 121

Esercitazione del 25.10.2018

Dal [Foglio di esercizi n. 1](#) sul sito della Docente:

- Verifica di limiti dalla definizione: 1, 2
- Calcolo di limiti: 9, 11, 14, 15, 18, 20, 21, 22
- Ordine di infinito/infinitesimo ed ordinamento di infiniti o infinitesimi: 27, 28
- Calcolo di limite dipendente da un parametro reale: 32

Esercitazione del 08.11.2018

- Calcolo di limiti: 154, 158, 174, 178, 188, 198
- Ordinamento di infiniti o infinitesimi di funzioni e successioni: 216, 226, 242
- Calcolo di asintoti di funzione: 265

Esercitazione del 15.11.2018

- Calcolo di asintoti e comportamento asintotico di funzioni: 265, 269

$$f(x) = \frac{x^2}{|1-x|} e^{\frac{1}{x-1}}; \quad f(x) = (x+3) \ln \left(2 + \frac{\sqrt{x}}{x+1} \right);$$

$$f_\alpha(x) = (x+1)e^{\frac{1}{x^\alpha}} \text{ per } \alpha > 0;$$

$$f(x) = (x+1) \left(e^{x^{-\frac{1}{2}}} - 1 - x^{-\frac{1}{2}} \right); \quad f(x) = (x+1) \left(e^{x^{-\frac{1}{2}}} - x^{-\frac{1}{2}} \right)$$

- Continuità e derivabilità, invertibilità anche dipendenti da parametro: 270, 274, 275

$$f_\alpha(x) = \begin{cases} x(x-\alpha) + \alpha^2 - 1, & x > 0 \\ \alpha \arctan(x), & x \leq 0 \end{cases} \quad \text{per } \alpha \in \mathbb{R}$$

- Dal [Foglio di esercizi n. 2](#) sul sito della Docente:

$$f(x) = \begin{cases} a + bx, & x > 0 \\ x^2 - x - 1, & x \leq 0 \end{cases} \quad \text{per } \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

$$f(x) = \begin{cases} \arcsin \left(\frac{x}{5a} \right), & |x| \leq 5a \\ 5 - x, & |x| > 5a \end{cases} \quad \text{per } a > 0$$

- Continuità, derivabilità e calcolare la loro derivata (anche attraverso la definizione): 278, 291, 294

Esercitazione del 22.11.2018

- Invertibilità, derivata dell'inversa e tangente al grafico della funzione inversa: 300, 303, 304
- Ricerca dei punti critici: 310
- Studiare il grafico della funzione

$$f(x) = \left(\frac{|x^3 - 9x^2|}{x + 3} \right)^{\frac{1}{2}}$$

discutendo: dominio, possibili asintoti, monotonia, continuità, massimi locali e globali, esistenza e tipo dei punti di non derivabilità. Inoltre scrivere l'equazione della tangente il grafico della funzione inversa f^{-1} nel punto $(\sqrt{2}, f^{-1}(\sqrt{2}))$, con $0 < f^{-1}(\sqrt{2}) < 2$.

- Determinazione del polinomio di Taylor e Mac Laurin: 320, 323, 326
- Calcolo di limite di funzione con uso del polinomio di Taylor

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\cos(3x^2 - \pi) + e^{x^2+x} - \ln(x(2x+1)+1)}{\tan x - 3x^4 \ln^5(|x|) - x(1+3x^2)^{\frac{1}{3}}}$$

Soluzioni: $-\frac{17}{4}$.

Esercitazione del 29.11.2018

- Dal [Foglio di esercizi n. 4](#) sul sito della Docente: 2.1), 3), 4.1)
- Studiare il grafico della funzione

$$f(x) = (x - 2)e^{\frac{|x-2|}{1-x}},$$

discutendo: dominio, possibili asintoti, monotonia, continuità, massimi locali e globali, esistenza e tipo dei punti di non derivabilità. Inoltre scrivere l'equazione della tangente il grafico di f in $(-1, f(-1))$.

Facoltativo: discutere l'esistenza della derivata seconda di f sul dominio di f .

- Calcolare il seguente limite per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^4 \sin\left(\frac{1}{x}\right) + \arctan(2x - x^4) - \sin(2x - \alpha x^2)}{\frac{x^5 - x^3}{\alpha x - x^2} + \frac{x^2}{\ln x}}$$

Soluzioni: 0 per $\alpha = 0$; $-\alpha^2$ per $\alpha \neq 0$.

Esercitazione del 6.12.2018

- Integrali indefiniti immediati: 357
- Integrali indefiniti per sostituzione: 365, 377, 386, 389, 390
Sostituzioni speciali, trigonometriche ed iperboliche
- Integrali per parti: 406, 411
- Integrali di funzioni razionali; riduzione a fratti semplici e metodo di calcolo dei coefficienti: 431, $\int \frac{x^2 + 3}{x^2(x + 1)} dx$

Esercitazione del 13.12.2018

- Sostituzioni speciali, trigonometriche ed iperboliche: ulteriori esempi
- Integrali di funzioni razionali; riduzione a fratti semplici e metodo di calcolo dei coefficienti, per radici reali e polinomi irriducibili sui reali: 435, 443, 445,
 $\int \frac{1}{x^2(x^2 + 1)} dx$
- Calcolo di integrali, vari metodi: $\int \frac{\arctan(\ln x)}{x(\ln x + 1)} dx$, $\int \frac{\ln(x + 1)}{\sqrt{x}(x + 2\sqrt{x} + 1)} dx$,
 $\int \frac{(2x + 1) \ln(2x + 1)}{(x^2 + x + 1)^2} dx$, $\int \frac{\ln(x^{\frac{2}{3}} + 2)}{(x^{\frac{1}{3}} + 1)^2 x^{\frac{2}{3}}} dx$
- Calcolo di integrali definiti

Esercitazione del 20.12.2018

- Studiare la convergenza dei seguenti integrali: $\int_3^4 \frac{dx}{(x - 3) - \ln(x - 2)}$,
 $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{((\ln x)^2(x^5 + x - 2))^{\frac{1}{5}}}$
- Discutere l'integrabilità in senso improprio dei seguenti integrali: 483, 500
- Dal [Foglio di esercizi n. 5](#) sul sito della Docente: 11, 14
- Discutere il seguente integrale al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ (e calcolarlo per $\alpha = 0$, vedi esercitazione precedente):

$$\int_3^{+\infty} \frac{(2x + 1) \ln^{2\alpha+1}(2x + 1)}{(x^2 + \sin^2 x)^\alpha (x^2 + x + 1)^2} dx$$

- Discutere il seguente integrale al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ e calcolarlo per $\alpha = 1$

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{(x + 3)^{\frac{3}{2\alpha}}} \ln \left(\frac{x + 3}{x + 4} \right) dx$$

Esercitazione del 10.01.2019

- Studiare la convergenza dei seguenti integrali: 489, 494, 505
- Determinare la convergenza, semplice ed assoluta, delle seguenti serie numeriche: 528, 542,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n \tan(1 + \frac{1}{n^2})}{n+1} \right)^n, \quad \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^n \log \left(\frac{n+1}{n+2} \right), \text{ per ogni } x \in \mathbb{R}.$$

Esercitazione del 17.01.2019

- Richiami sugli integrali impropri.
- Data la seguente funzione, con $\alpha \in \mathbb{R}$

$$f(x) = |x|^\alpha + \frac{x^3 - 1}{|x - 1|},$$

1.a) per $\alpha = 1$ tracciare il grafico qualitativo, specificando: dominio, possibili asintoti, monotonia, continuità e punti di non continuità (se esistono ed il tipo), massimi e minimi locali e globali, punti di non derivabilità (se esistono ed il tipo);

2.a) studiare i punti di discontinuità e quelli di non derivabilità (se esistono ed il tipo), per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$.

- Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln \left(\sin^2 \left(\frac{1}{x+1} \right) - \sin \left(\frac{1}{x^2} \right) + e^{\frac{1}{2x^2}} - \frac{1}{2x^2} \right)}{\ln \left(\frac{x^4}{x^4+x} \right) + x^5 e^{-\sqrt{x}}}, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^{(n+1)} + n^{100}}{(n-1)! - n^{-100}}$$

- Discutere la convergenza semplice ed assoluta della seguente serie

$$\sum_{k=3}^{+\infty} (-1)^k \left(\frac{1}{k+2} + \cos \left(\frac{1}{k} \right) - 1 \right)$$

Esercitazione del 24.01.2019

- Richiami ed esempi sugli integrali impropri e funzioni integrali.
- Studiare la convergenza semplice ed assoluta della seguente serie per $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$\sum_{k=1}^{+\infty} (-1)^k \frac{k^2 \sin \left(\frac{1}{k^\alpha} \right) + e^{(\alpha-1)k}}{k+1}.$$