

UNIVERSITÀ DI ROMA TOR VERGATA

Analisi Matematica I (C.d.S. Ing. dell'Edilizia e Ing. Edile-Architettura)–Foglio di esercizi n.6

Docente: A.Cutri

1) Mettere in ordine di infinito crescente (per $x \rightarrow +\infty$) le seguenti funzioni:

$$f(x) = x \log x, \quad g(x) = x \int_0^x e^{-t^2} dt \quad h(x) = x^2 \log(\log x)$$

2) Dopo aver determinato una primitiva di $f(x) = \frac{\log(1+x^2)}{x^2}$, si calcoli

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{\frac{1}{n}}^n f(x) dx$$

3) Sia

$$g(x) = \int_0^{2x-4} (t-2)(t-10)(t-11)(2 + \sin(1+t^2)) dt$$

determinare gli insiemi dove g è strettamente decrescente e calcolare $g(2)$. Dire poi per quali $A \in \mathbb{R}$ la seguente funzione è invertibile su \mathbb{R} :

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & \text{se } x \leq 2 \\ \frac{27}{2-x} + A & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

4) Stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ converge

$$\int_0^{+\infty} \frac{x - 2\alpha \sin x}{x^3} dx$$

5) Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{x+1}{x^2+1} \right)^n$$

6) Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2} \left(\frac{\sqrt{x}+1}{x-2} \right)^n$$

7) Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2^n(n+1)} \left(\frac{e^x+1}{e^x-1} \right)^n$$