

UNIVERSITÀ DI ROMA TOR VERGATA

Analisi Matematica I (C.d.S. Ing. dell'Edilizia e Ing. Edile-Architettura)–Foglio di esercizi n.1

Docente: A.Cutri

1) Dimostrare che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n+1}{2n+3} = \frac{1}{2}$$

2)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2}{3-n} = -\infty$$

3)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^{\frac{1}{n}} = 1$$

4)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^{\frac{\alpha}{n}} = 1 \quad \forall \alpha \in \mathbb{R}$$

5)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{n^2+1} = 0$$

6) Calcolare:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3+2n+4}{n^{\frac{2}{3}}+n^4+\sqrt{n}}$$

7) Calcolare:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n^2+1} - n$$

8) Calcolare:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n^2+n} - n$$

9) Calcolare:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n(\sqrt{n^4+1} - n^2)$$

10) Calcolare:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{(n+1)(n+2)} - n$$

11) Calcolare:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{4n^2-3n+1} - 2n$$

12) Calcolare:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n}}{\left(\frac{7}{5}\right)^n}$$

13) Calcolare:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 - n}{3n^2 + 1}$$

Determinare poi estremo inferiore e superiore dell'insieme $\{\frac{n^2-n}{3n^2+1}, \quad n \in \mathbb{N}\}$.

14) Calcolare:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n! \frac{n^2 + 3n + 1}{2^n}$$

15) Calcolare:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5^n - 3^n}{4^n - 2^n}$$

16) Calcolare:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + 4n\sqrt{n^2 - 1}}{1 - 3n + n^2}$$

17) Calcolare:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n - 3^n}{1 + 3^n}$$

18) Calcolare:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7n! + 5e^{n \log(n-2)}}{n^n}$$

19) Calcolare:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n+2}{n+1} \right)^n$$

20) Calcolare:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{3}{n^2 + n^4} \right)^n$$

21) Calcolare:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n [\log(n+1) - \log n]$$

22) Calcolare:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{\log n}{n} \right)^n$$

23) Calcolare:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n^n} \right)^{n!}$$

24) Calcolare:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n!} \right)^{n^n}$$

25) Mettere in ordine crescente i seguenti infinitesimi:

$$\frac{1}{n^{\frac{1}{3}}} + \frac{1}{n^{\frac{1}{2}}}, \quad \frac{\frac{1}{n} + \sin \frac{1}{n}}{\sqrt{\frac{1}{n}}}, \quad \frac{e^{\frac{1}{n}} - 1}{(\sin \frac{1}{n})^{\frac{1}{4}}}, \quad \frac{1}{n} \log n, \quad \frac{1}{n^{\frac{101}{100}}}$$

26) Mettere in ordine crescente i seguenti infinitesimi:

$$\cos \frac{1}{n} - e^{\frac{1}{n}}, \quad \tan \left(\left(\sin \frac{1}{n} \right)^2 \right) \quad \log \left(1 + \frac{1}{n^{\frac{3}{2}}} \right) \tan \frac{1}{n}$$

27) Mettere in ordine crescente i seguenti infiniti:

$$n^{10 \cos \frac{1}{n}}, \quad n^4 \log^5 n, \quad \log(e^{n^6} - n), \quad n^{10} + 1 + \frac{n!}{3^n}$$

28) Determinare l'ordine di infinitesimo (se esiste) per le seguenti successioni:

$$\log \left(1 + \frac{1}{3n} \right) + \cos \frac{1}{3n} - 1, \quad -\frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{(1 - \sin \frac{1}{n^2})}{(n + \frac{1}{n})^{\frac{1}{2}}}$$

29) Calcolare:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{4n^2 + 9} - 2n, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{4n^2 + 9n} - 2n$$

30) Calcolare:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (n+5) \sqrt{\frac{n+1}{n-1}} - n$$

31) Calcolare:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n}{n^3} \sin \left(\frac{n^4}{3^n} \right)$$

32) Si studi al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ l'esistenza del seguente limite e, quando esiste, se ne calcoli il valore:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(n^\alpha - \frac{1}{n} \right) \sin(n^{\alpha-2})$$