

Programma del corso di Geometria

SPAZI VETTORIALI

Definizione di spazio vettoriale. Esempi: gli spazi numerici, spazi di matrici, gli spazi geometrici. Nozione di sottospazio, sottospazio generato, sistema di generatori. Vettori linearmente indipendenti. Base e dimensione di uno spazio vettoriale.

MATRICI E SISTEMI LINEARI

Matrici diagonali, triangolari, a scala. Trasposta di una matrice. Somma e prodotto di matrici. Algoritmo di Gauss. Rango di una matrice, matrici non singolari.

Generalità sui sistemi lineari, notazione matriciale. Sistemi compatibili, sistemi equivalenti. Operazioni elementari e riduzione a scala di un sistema lineare. Teorema di Rouchè Capelli. Sistemi omogenei. Dimensione e base del sottospazio delle soluzioni di un sistema omogeneo. Equazioni cartesiane e parametriche di un sottospazio. Sistemi lineari $AX=B$ ad incognite e termini noti vettori numerici. Matrici invertibili, generalità su matrici invertibili. Calcolo dell'inversa di una matrice invertibile: algoritmo per la soluzione del sistema $AX=I$.

Spazio delle righe e delle colonne di una matrice. Metodo degli scarti successivi per trovare base ed equazione cartesiane di un sottospazio generato.

Intersezione, somma, somma diretta di sottospazi.

DETERMINANTI

Definizione e proprietà del determinante di una matrice. Sviluppo di Laplace. Calcolo del rango di una matrice tramite i determinanti. Matrice dei cofattori. Formulazione esplicita dell'inversa di una matrice tramite la matrice aggiunta classica. Regola di Cramer.

APPLICAZIONI LINEARI

Definizione di applicazione lineare. Esempi di applicazioni lineari. Coordinate in uno spazio vettoriale. Matrice rappresentativa di una applicazione lineare. Matrice del cambio di coordinate. Corrispondenza tra applicazioni lineari e matrici. Nucleo ed immagine di una applicazione lineare. Il teorema della dimensione. Endomorfismi di uno spazio vettoriale. Matrici coniugate o simili. Autovalori ed autovettori di un endomorfismo. Autospazi. Il polinomio caratteristico, esistenza di una base di autovettori, diagonalizzazione di una matrice.

SPAZI VETTORIALI METRICI

Prodotto scalare canonico. Disuguaglianza di Schwartz. Sottospazi ortogonali e complementi ortogonali di sottospazi. Formula di aggiunzione. Matrici simmetriche. Basi ortonormali, matrici ortogonali. Diagonalizzazione di matrici simmetriche.

FORME QUADRATICHE

Definizione. Matrice associata ad una forma quadratica. Matrici congruenti, invarianti per congruenza di una matrice simmetrica reale. Forma canonica metrica ed affine di una forma quadratica. Segno di una forma quadratica e criteri di positività, semipositività, negatività di una forma quadratica.

GEOMETRIA NEL PIANO E NELLO SPAZIO EUCLIDEO

Equazione di rette e piani. Circonferenze, sfere. Problemi metrici.

Riferimenti bibliografici

E. Abbona, A.M. Fico, G.M. Gianella, Algebra Lineare e Geometria Analitica 1 e 2.

E. Ciriza, dispense sulla pagina web (disponibile sul sito www.mat.uniroma2.it)

S. Abeasis, Elementi di Algebra Lineare e Geometria e Complementi di Algebra Lineare, Ed. Zanichelli.

L. Geatti, Dispense di Algebra Lineare, Geometria del piano e dello spazio (sito web www.uniroma2.it)