

1. In \mathbf{R}^3 siano dati i seguenti punto \mathbf{p} e retta r :

$$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad r : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, (\lambda \in \mathbf{R}).$$

Calcolare la distanza di \mathbf{p} da r .

2. In \mathbf{R}^3 siano dati i seguenti punto \mathbf{p} e piano π :

$$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \pi : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, (\lambda, \mu \in \mathbf{R}).$$

Calcolare la distanza di \mathbf{p} da π .

3. In \mathbf{R}^3 sia π il piano dato da $-x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 1 = 0$ e siano $\mathbf{p} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{q} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- Calcolare un'equazione cartesiana del piano π_1 passante per \mathbf{p} e parallelo a π .
- Calcolare un'equazione parametrica della retta r passante per \mathbf{q} e ortogonale π_1 .
- Calcolare un'equazione parametrica della retta ℓ passante per \mathbf{p} e ortogonale π .
- Determinare $r \cap \ell$. Se $r \cap \ell = \emptyset$, calcolare la distanza $d(r, \ell)$.

4. Siano date le rette r_1, r_2, r_3 di equazioni parametriche

$$r_1 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, (\lambda \in \mathbf{R}), \quad r_2 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, (\mu \in \mathbf{R})$$

e

$$r_3 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}, (\nu \in \mathbf{R}).$$

- Determinare i punti d'intersezione: $\{P\} = r_1 \cap r_2$; $\{Q\} = r_2 \cap r_3$; $\{R\} = r_3 \cap r_1$
- Scrivere un'equazione parametrica del piano passante per P, Q ed R .
- Scrivere un'equazione cartesiana del piano passante per P, Q ed R .

5. Sia S la sfera di equazione $(x_1 - 1)^2 + (x_2 + 1)^2 + (x_3 - 2)^2 = 9$. Siano π il piano di equazione $x_1 = 1$ e π' quello di equazione $-2x_1 + x_3 + 1 = 0$.

- Calcolare la distanza fra π e il centro di S e la distanza fra π' e il centro di S
- Verificare che l'intersezione fra π ed S è una circonferenza e calcolarne il raggio. Fare la stessa cosa per π' .