PS - Probabilità e Statistica 1, 3cfu
A.A 2012/2013

Informazioni e programma del corso
Università Tor Vergata
docente: Lucia Caramellino[1]

Informazioni sul corso

Prerequisiti

Il corso presuppone la conoscenza delle nozioni di analisi matematica e di algebra lineare che sono state svolte nei corsi precedenti del corso di laurea o che vengono introdotte parallelamente negli altri corsi dello stesso semestre.

Modalità d'esame

L'esame consiste in una prova scritta ed in una prova orale. La prova scritta vale solo per la sessione in cui viene superata (ad esempio, lo scritto di giugno e/o luglio è spendibile solo nella I sessione).
Per sostenere l'esame, gli studenti devono obbligatoriamente prenotarsi alla pagina ServiziOnLine di Tor Vergata. Per gli appelli della II e III sessione [settembre 2013 e febbraio 2014] la chiusura delle prenotazioni è anticipata di una settimana rispetto alla data dello scritto.

Testi consigliati

- P. Baldi: *Calcolo delle Probabilità. Seconda edizione.* McGraw-Hill, 2011.
- Tutorati I-X, scaricabili all'indirizzo
  `www.mat.uniroma2.it/~caramell/did_1213/ps.htm`

[1]Dipartimento di Matematica, Università di Roma-Tor Vergata.
Email: `caramell@mat.uniroma2.it`
Web: `http://www.mat.uniroma2.it/~caramell`

Programma

Spazi di probabilità

Spazi campionari, σ-algebre (o insiemi degli eventi), misure di probabilità. Lo spazio di probabilità $(\Omega, \mathscr{A}, \mathbb{P})$. Spazi di probabilità uniformi. Monotonia della probabilità. La probabilità condizionata (anche come "nuova" misura di probabilità). Conseguenze: la formula delle probabilità totali e la formula di Bayes.
Indipendenza tra eventi. Le prove ripetute e lo schema (successo-insuccesso) di Bernoulli. Richiami di calcolo combinatorio (combinazioni, disposizioni etc). Urne composte da due classi diverse di elementi ed estrazioni: lo schema con rimpiazzo (di Bernoulli) e senza rimpiazzo (legge ipergeometrica).

[cfr. Baldi, Cap 1; Tutorato I e II]

Variabili aleatorie discrete

Definizione di variabile aleatoria (v.a.). Variabili aleatorie discrete. Legge, distribuzione e densità discreta. Legge bernoulliana, binomiale, ipergeometrica, geometrica e geometrica modificata, di Poisson. Proprietà di mancanza di memoria delle leggi geometriche.
Esistenza di v.a. con densità discreta p (cioè, costruzione di uno spazio di probabilità su cui è definita una v.a. discreta che ha p come con densità). Funzioni di ripartizione: le tre proprietà caratteristiche. Funzioni di ripartizione di v.a. discrete. V.a. discrete m-dimensionali: densità congiunta. Calcolo delle marginali dalla densità congiunta. La legge multinomiale.
La legge condizionale di X dato che $Y = y$. Proprietà ed uso.
Definizione di indipendenza tra v.a. Caso v.a. discrete: l'indipendenza di $X_1, \ldots,$ X_m equivale alla fattorizzazione della densità discreta congiunta $p_{X_1,\ldots,X_m}(x_1, \ldots,$ $x_m)$ nel prodotto delle densità marginali $p_{X_1}(x_1), \ldots, p_{X_m}(x_m)$. Indipendenza di due v.a. quando la densità congiunta si fattorizza nel prodotto di due funzioni dipendenti ciascuna dalle singole variabili.
Funzioni di v.a. discrete: studio della legge. Indipendenza di $\phi(X)$ e $\psi(Y)$ quando X e Y sono discrete e indipendenti. Calcoli con le densità. La densità della somma di due v.a. discrete quando è nota la densità congiunta. Caso particolare quando le due v.a. sono indipendenti (prodotto di convoluzione). Esempi: somma di binomiali indipendenti con lo stesso parametro p; somma di Poisson indipendenti. La legge del max e del min di due v.a.
Definizione di speranza matematica. Esistenza e calcolo della speranza matematica per funzioni di variabili aleatorie. Le proprietà della speranza matematica. Esistenza nel caso di v.a. limitate. Calcolo della speranza matematica per la funzione indicatrice (bernoulliana) e per la legge binomiale, ipergeometrica, geometrica (e geomet-

rica modificata), di Poisson. L'idenità di Wald per somme aleatorie. Fattorizzazione nel caso di v.a. indipendenti.
La media condizionale come speranza matematica rispetto alla densità condizionale. Invarianza della media condizionale nel caso di v.a. indipendenti.
Momenti e momenti centrati. La varianza. Interpretazione della media e della varianza: media come migliore costante che approssima una v.a. e varianza come indicatore della qualità dell'approssimazione. Disuguaglianza di Chebyshev. Proprietà della varianza (dilatazione e invarianza per traslazioni deterministiche). La covarianza. Relazione tra non correlazione ed indipendenza di due v.a. Varianza della somma di v.a. Calcolo della varianza per v.a. di legge bernoulliana, binomiale, di Poisson, geometrica e geometrica modificata. Coefficiente di correlazione. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz.
La retta di regressione: significato di "dipendenza positiva" e "dipendenza negativa" in termini di covarianza. La legge dei grandi numeri.

[cfr. Baldi, Cap 2 (esclusi paragrafi 10 e 11); Tutorati II, III, IV, V]