

Diario delle lezioni di
Metodi e Modelli dei Mercati Finanziari
a.a. 2011/2012

PARTE I: **OPZIONI EUROPEE E METODI MONTE CARLO**

1) lezioni 1, 2, 3 - 04/10/2011

Richiami di calcolo stocastico: integrale di Ito, processi di Ito, formula di Ito. Il teorema di Girsanov.

[cfr. Baldi, Cap. 6, 7; Lamberton e Lapeyre, Cap. 3]

2) lezioni 4, 5, 6 - 07/10/2011

Il teorema di rappresentazione delle martingale Browniane.

[cfr. Baldi, Cap. 7; Lamberton e Lapeyre, Cap. 3]

3) lezioni 7, 8, 9 - 11/10/2011

Richiami di calcolo stocastico: equazioni differenziali stocastiche (teorema di esistenza ed unicità, stime in L^p e markovianità della soluzione, il generatore e la formula di Ito). I due problemi (prezzo/copertura) legati alle opzioni. Il moto browniano geometrico. Il modello di Black e Scholes. Strategie autofinanzianti: caratterizzazione in termini della dinamica del portafoglio scontato.

[cfr. Baldi, Cap. 7 e 8; Lamberton e Lapeyre, Cap. 3, 4]

4) lezioni 10, 11, 12 - 14/10/2011

La misura “di rischio neutro”. Strategie ammissibili e replicanti. Portafoglio replicabile. Replicabilità delle opzioni di quadrato integrabile e prezzo delle opzioni europee. Equazione alle derivate parziali associata alla funzione-prezzo quando il payoff è funzione del sottostante a maturità e calcolo esplicito della copertura.

[cfr. Lamberton e Lapeyre, Cap. 4]

5) lezioni 13, 14, 15 - 25/10/2011

Le formule di Black e Scholes per il prezzo e la copertura di opzioni call e put. Il modello di Black e Scholes con coefficienti dipendenti dal tempo.

[cfr. Lamberton e Lapeyre, Cap. 4; Problema 1 al Cap. 4]

6) lezioni 16, 17 - 28/10/2011

Il modello di Garman-Kohlhagen: prezzo e copertura di opzioni su valuta estera.

[cfr. Lamberton e Lapeyre, Problema 2 al Cap. 4]

7) lezioni 18, 19, 20 - 04/11/2011

Opzioni di scambio (su due sottostanti): prezzo e copertura.

[cfr. Lamberton e Lapeyre, Problema 3 al Cap. 4]

8) lezioni 21, 22, 23 - 08/11/2011

Opzione composta call su call: prezzo e copertura. Opzione asiatica - parte I.

[cfr. Lamberton e Lapeyre, Problemi 5 e 7 al Cap. 4]

9) lezioni 24, 25, 26 - 11/11/2011

Opzione asiatica - parte II e III. Modelli di diffusione per i mercati finanziari: introduzione, ipotesi e prime proprietà.

[cfr. Lamberton e Lapeyre, Problema 7 al Cap. 4; Appunti, Par 1]

10) lezioni 27, 28, 29 - 15/11/2011

Strategie autofinanzianti: caratterizzazione del differenziale di Ito del portafoglio scontato. Strategie ammissibili e di arbitraggio. Le misure equivalenti a quella del mercato. Misure di martingala equivalenti: caratterizzazione.

[cfr. Appunti, 2.1, 2.2]

11) lezioni 30, 31, 32 - 18/11/2011

Arbitraggio, proprietà di martingala del portafoglio scontato associato a strategie autofinanzianti e ammissibili. Strategie replicanti e prezzo di “non arbitraggio” per un’opzione replicabile in presenza di una misura di martingala equivalente. Indipendenza del prezzo dalla misura di martingala equivalente. Mercati completi.

[cfr. Appunti, Par 2.3, 2.4]

12) lezioni 33, 34, 35 - 22/11/2011

Breve discussione sui mercati non completi. Equazione alle derivate parziali associata al prezzo di un’opzione europea; la strategia di copertura come il gradiente della funzione-prezzo quando questa è regolare. Le Greche di un’opzione.

[cfr. Appunti, Par 2.4, 2.5]

13) lezioni 36, 37 - 25/11/2011

La regolarità della funzione-prezzo di un’opzione europea di payoff $\Phi(X_T)$ come conseguenza del teorema di esistenza ed unicità (forte) di una EDP parabolica con termine del secondo ordine uniformemente ellittico (cambio di variabile). Operatori differenziali lineari del secondo ordine uniformemente ellittici e diffusione sottostante. Integrabilità del tempo di uscita di una diffusione soddisfacente alle ipotesi (A') da un aperto limitato.

[cfr. Baldi, Cap. 9]

14) lezioni 38, 39, 40 - 29/11/2011

Edp paraboliche in un dominio limitato (problema di Cauchy-Dirichlet): formula di rappresentazione per la soluzione. Il problema di Cauchy su \mathbb{R}^m e la formula di Feynman-Kac.

[cfr. Baldi, Cap. 9]

15) lezioni 41, 42, 43 - 02/12/2011

Cenni sulle soluzioni fondamentali del problema di Cauchy su \mathbb{R}^m . Metodi Monte Carlo: generalità. Simulazione del moto browniano e del moto browniano geometrico. Calcolo numerico con tecniche Monte Carlo nel modello di Black e Scholes del prezzo di opzioni call/put standard e asiatiche. Uso delle formule di parità.

[cfr. Baldi, Cap. 9; Appunti, Par. 1, 2, 3.1]

15) lezioni 44, 45, 46 - 06/12/2011

Valutazione numerica del prezzo di opzioni su due sottostanti (call e digital) e relative formule di "parità". Calcolo numerico via Monte Carlo della copertura: il metodo delle differenze finite e il metodo basato sulla rappresentazione della delta sotto forma di aspettazione. Copertura dinamica.

[cfr. Appunti, Par. 3.1, 3.2, 3.3]

PARTE II: APPROFONDIMENTI

Le ulteriori ore a disposizione del corso (per coloro che intendono o devono fare un esame di CFU > 6) seguono un corso di letture su un argomento a scelta ad esempio tra:

- **OPZIONI AMERICANE** [cfr. Appunti]
- **INTRODUZIONE AL CALCOLO DI MALLIAVIN E APPLICAZIONI IN FINANZA** [cfr. Appunti]
- **MODELLI DI DIFFUSIONE PER I TASSI D'INTERESSE** [cfr. Lamberton e Lapeyre, Cap. 6 ed esercizi del Cap. 6]

Gli appunti si possono richiedere inviando un messaggio a caramell@mat.uniroma2.it

Potranno essere presi in considerazione ulteriori argomenti di approfondimento proposti dagli studenti.