

Diario delle lezioni di
Metodi e Modelli
dei Mercati Finanziari
a.a. 2009/2010

PARTE I: OPZIONI EUROPEE E METODI MONTE CARLO

13/10 - lezioni 1, 2, 3

Richiami di calcolo stocastico: integrale di Ito, processi di Ito, formula di Ito, teorema di rappresentazione delle martingale Browniane.

[cfr. Baldi, Cap. 6, 7; Lamberton e Lapeyre, Cap. 3]

15/10 - lezioni 4, 5, 6

Richiami di calcolo stocastico: teorema di Girsanov, equazioni differenziali stocastiche (teorema di esistenza ed unicità, stime in L^p e markovianità della soluzione, il generatore e la formula di Ito).

[cfr. Baldi, Cap. 7 e 8; Lamberton e Lapeyre, Cap. 3]

20/10 - lezioni 7, 8, 9

Il moto browniano geometrico. Il modello di Black e Scholes. Strategie autofinanzianti, ammissibili, replicanti. Portafoglio replicabile. Prezzo delle opzioni europee.

[cfr. Lamberton e Lapeyre, Cap. 4]

22/10 - lezioni 10, 11, 12

Le formule di Black e Scholes per il prezzo di opzioni call e put. Equazione alle derivate parziali associata alla funzione-prezzo quando il payoff è funzione del sottostante a maturità. Le formule di Black e Scholes per la strategia di copertura delle call e delle put.

[cfr. Lamberton e Lapeyre, Cap. 4]

27/10 - lezioni 13, 14, 15

Il modello di Black e Scholes con parametri dipendenti dal tempo: prezzo e copertura.

[cfr. Lamberton e Lapeyre, Problema 1 al Cap. 4]

29/10 - lezioni 16, 17, 18

Il modello di Garman-Kohlhagen: prezzo e copertura di opzioni su valuta estera.

[cfr. Lamberton e Lapeyre, Problema 2 al Cap. 4]

03/11 - lezioni 19, 20, 21

Opzioni di scambio (su due sottostanti): prezzo e copertura.

[cfr. Lamberton e Lapeyre, Problema 3 al Cap. 4]

05/11 - lezioni 22, 23, 24

Opzione composta call su call: prezzo e copertura. Opzioni asiatiche.

[cfr. Lamberton e Lapeyre, Problemi 5 e 7 al Cap. 4]

10/11 - lezioni 25, 26, 27

Opzioni asiatiche su media aritmetica e media geometrica: prezzo e copertura. Modelli di diffusione per i mercati finanziari. Strategie autofinanzianti e ammissibili. Caratterizzazione delle misure equivalenti a quella del mercato.

[cfr. Lamberton e Lapeyre, Problema 7 al Cap. 4; Appunti, Par 1, 2.1]

12/11 - lezioni 28, 29, 30

Misure di martingala equivalenti; arbitraggio; strategie replicanti. Prezzo di “non arbitraggio” per un’opzione replicabile. Indipendenza del prezzo dalla misura di martingala equivalente. Mercati completi.

[cfr. Appunti, Par 2.2, 2.3, 2.4]

17/11 - lezioni 31, 32, 33

Equazione alle derivate parziali associata al prezzo di un’opzione europea; la strategia di copertura. Le Greche di un’opzione. Edp paraboliche in un dominio limitato (problema di Cauchy-Dirichlet): introduzione e risultati preliminari.

[cfr. Appunti, Par 2.4, 2.5; Baldi, Cap. 9]

19/11 - lezioni 34, 35, 36

La formula di rappresentazione per soluzioni di edp paraboliche in un dominio limitato (problema di Cauchy-Dirichlet). Il problema di Cauchy su \mathbb{R}^m e la formula di Feynman-Kac.

[cfr. Baldi, Cap. 9]

24/11 - lezioni 37, 38, 39

Cenni sulle soluzioni fondamentali. Legami con la funzione-prezzo di un’opzione europea di payoff $\Phi(X_T)$.

[cfr. Baldi, Cap. 9]

26/11 - lezioni 40, 41, 42

Metodi Monte Carlo: generalità. Simulazione del moto browniano e del moto browniano geometrico. Calcolo numerico con tecniche Monte Carlo nel modello di Black e Scholes del prezzo di opzioni: call/put standard, asiatiche, su due sottostanti (call e digital). Formule di “parità”.

[cfr. Appunti, Par. 1, 2, 3.1]

01/12 - lezioni 43, 44

Calcolo numerico via Monte Carlo per la delta: differenza finite e formule di rappresentazione per derivate.

[cfr. Appunti, Par. 3.2]

03/12 - lezioni 45, 46]

Copertura dinamica.

[cfr. Appunti, Par. 3.3]

PARTE II: APPROFONDIMENTI

Le ulteriori ore a disposizione del corso seguono un corso di letture su un argomento a scelta tra

- **OPZIONI AMERICANE** [cfr. Appunti]
- **INTRODUZIONE AL CALCOLO DI MALLIAVIN E APPLICAZIONI IN FINANZA** [cfr. Appunti]
- **MODELLI DI DIFFUSIONE PER I TASSI D'INTERESSE** [cfr. Lamberton e Lapeyre, Cap. 6]

NB: gli appunti si possono richiedere inviando un messaggio all'indirizzo
caramell@mat.uniroma2.it