

PROGRAMMA DI PROBABILITÀ E FINANZA
CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA
UNIVERSITÀ TOR VERGATA
A.A. 2007/2008
CREDITI: 7
DOCENTE: LUCIA CARAMELLINO

Modalità d'esame

L'esame consiste in una prova orale, che comprende anche una discussione sugli algoritmi di simulazione analizzati durante il corso. I programmi con l'implementazione della risoluzione degli esercizi vanno consegnati al docente tre-quattro giorni prima della data d'esame (tramite supporto oppure via e-mail all'indirizzo: caramell@mat.uniroma2.it; nel programma che segue sono elencati tutti gli esercizi richiesti).

Nota 1: Si fa esplicita richiesta di utilizzo di un *linguaggio di programmazione* (ad es. C, C++, Pascal etc., ma non Scilab o analoghi *software*), a scelta dello studente.

Nota 2: Per agevolare gli studenti di Corsi di Laurea che prevedono un corso di Finanza con un numero di crediti $C < 7$, si fa presente che:

- se $C = 5$: va esclusa la parte su opzioni americane (teoria+esercitazioni);
- se $C = 6$: si richiede anche la parte su opzioni americane (teoria+esercitazioni) priva però delle dimostrazioni.

Testi consigliati

[1] Appunti distribuiti dal docente, reperibili all'indirizzo

<http://www.mat.uniroma2.it/~caramell/did.0708/pf.htm>

[2] D. Lamberton, B. Lapeyre: *Introduction to stochastic calculus applied to finance*. Chapman and Hall, 1996.

Programma

Introduzione alla finanza

Tassi d'interesse. Alcuni aspetti dei mercati finanziari: vendita allo scoperto, arbitraggio, proprietà dei mercati. Prodotti finanziari, prodotti derivati: contratti forward e opzioni. Prezzo di un contratto forward. Uso dei derivati.

[Capitolo 1 di [1]]

Probabilità: richiami e complementi

Cenni di teoria della misura: σ -algebre, spazi misurabili e funzioni misurabili. Probabilità e variabili aleatorie dal punto di vista della teoria della misura.

[Capitolo 2 di [1]]

Condizionamento e martingale

Media condizionale: il caso discreto, il caso generale, le proprietà, la probabilità condizionale. Martingale: definizione e generalità, proprietà, decomposizione di Doob, martingale trasformate. Tempi d'arresto. Il teorema d'arresto.

[Capitolo 3 di [1]]

Modelli probabilistici per la finanza

Il modello discreto. Strategie ed arbitraggio. Arbitraggio e martingale: primo teorema fondamentale dell'asset pricing. Completezza del mercato: secondo teorema fondamentale dell'asset pricing. Prezzo delle opzioni europee. Il modello Cox-Ross-Rubinstein (CRR): assenza di arbitraggio e completezza; formula del prezzo (in avanti e all'indietro) e copertura delle opzioni europee; passaggio al limite e convergenza alla formula di Black e Scholes. La volatilità. Le greche.

Implementazione di un programma per la risoluzione degli esercizi 4.1 e 4.2.

[Capitolo 4 di [1]]

Opzioni americane

Il modello. Il problema dell'arresto ottimo. Prezzo e copertura delle opzioni americane. Prezzo della put americana nel modello CRR.

Implementazione di un programma per la risoluzione dell'esercizio 5.1.

[Capitolo 5 di [1]]

Metodi numerici per la finanza

Generalità sui metodi Monte Carlo. Simulazione del processo CRR.

Implementazione di un programma per la risoluzione degli esercizi al Capitolo 6: 6.1-2-3-4-5-6-7.

[Capitolo 6 di [1]]

Lucia Caramellino
Dipartimento di Matematica
Università di Roma-Tor Vergata
web: www.mat.uniroma2.it/~caramell
email: caramell@mat.uniroma2.it