

PROGRAMMA DI PROBABILITÀ E FINANZA
CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA
UNIVERSITÀ TOR VERGATA
A.A. 2005/2006
CREDITI: 7
DOCENTE: LUCIA CARAMELLINO

Modalità d'esame

L'esame consiste in una prova orale, comprendente una discussione sugli algoritmi di simulazione analizzati durante il corso.

Testi consigliati

- [1] Appunti distribuiti dal docente, reperibili all'indirizzo
http://www.mat.uniroma2.it/~caramell/did_0506/pf.htm
- [2] D. Lamberton, B. Lapeyre: *Introduction to stochastic calculus applied to finance*. Springer, 2000.

Programma

Introduzione alla finanza

Tassi d'interesse. Alcuni aspetti dei mercati finanziari: vendita allo scoperto, arbitraggio, proprietà dei mercati. Prodotti finanziari, prodotti derivati: contratti forward e opzioni. Prezzo di un contratto forward. Uso dei derivati.

[Capitolo 1 di [1]]

Probabilità: richiami e complementi

Cenni di teoria della misura: σ -algebre, spazi misurabili e funzioni misurabili. Probabilità e variabili aleatorie dal punto di vista della teoria della misura.

[Capitolo 2 di [1]]

Condizionamento e martingale

Media condizionale: il caso discreto, il caso generale, le proprietà, la probabilità condizionale. Martingale: definizione e generalità, proprietà, decomposizione di Doob, martingale trasformate.

[Capitolo 3 di [1], escluso paragrafo 3.3]

Modelli probabilistici per la finanza

Il modello discreto. Strategie ed arbitraggio. Arbitraggio e martingale: primo teorema fondamentale dell'asset pricing. Completezza del mercato: secondo teorema fondamentale dell'asset pricing. Prezzo delle opzioni europee. Il modello Cox-Ross-Rubinstein (CRR): assenza di arbitraggio e completezza; formula del prezzo (in avanti e all'indietro) e copertura delle opzioni europee; passaggio al limite e convergenza alla formula di Black e Scholes. La volatilità. Le greche.

[Capitolo 4 di [1]]

Opzioni americane

Il modello. Il problema dell'arresto ottimo. Prezzo e copertura delle opzioni americane. Prezzo della put americana nel modello CRR.

[Capitolo 5 di [1]]

Metodi numerici per la finanza

Generalità sui metodi Monte Carlo. Implementazione¹ di un programma per il:

- calcolo esatto, con formula classica e retrograda, del prezzo della call e della put;
- calcolo numerico del prezzo della call e della put con Monte Carlo, con intervallo di confidenza al 95% e studio numerico della convergenza del prezzo call/put alla formula di Black e Scholes;
- calcolo numerico del prezzo di una call asiatica con Monte Carlo, con intervallo di confidenza al 95%;
- calcolo numerico del prezzo di una call con barriera, sia *in* che *out*, con Monte Carlo, con intervallo di confidenza al 95%;
- calcolo della copertura dinamica e uguaglianza finale con il *payoff* dell'opzione;
- calcolo esatto del prezzo della put americana.

¹Si richiede l'utilizzo di un *linguaggio di programmazione* (ad es. C, C++, Pascal etc., ma non Scilab o analoghi *software*), a scelta dello studente.