

PROGRAMMA DI METODI E MODELLI DEI MERCATI FINANZIARI
CORSO DI LAUREA SPECIALISTICA IN MATEMATICA APPLICATA
UNIVERSITÀ TOR VERGATA
A.A. 2005/2006
CREDITI: 7
DOCENTE: LUCIA CARAMELLINO

Modalità d'esame

L'esame consiste in una prova orale, comprendente una discussione sugli algoritmi di simulazione analizzati durante il corso.

Testi consigliati¹

- P. Baldi: *Equazioni differenziali stocastiche e applicazioni. Seconda edizione.* Pitagora Editrice, 2001.
- D. Lamberton, B. Lapeyre: *Introduction to stochastic calculus applied to finance.* Springer, 2000.
- P. Glasserman: *Monte Carlo methods in financial engineering.* Springer-Verlag, 2004.
- Appunti su *Calcolo stocastico ed applicazioni alla Finanza* distribuiti dal docente.
- Appunti su *Metodi Monte Carlo in Finanza* distribuiti dal docente.

Programma

Richiami di calcolo stocastico

Richiami di calcolo stocastico: integrale di Ito, processi di Ito, formula di Ito; teorema di rappresentazione delle martingale Browniane; equazioni differenziali stocastiche, teorema (locale) di esistenza ed unicità, markovianità della soluzione.
[cfr. Baldi, Capitoli 6,7 e 8; Lamberton e Lapeyre, Capitolo 3]

Il modello di Black e Scholes

Il modello di Black e Scholes. Stragie autofinanzianti, ammissibili, replicanti. Portafoglio replicabile. Prezzo delle opzioni europee. La formula di Black e Scholes. Alcuni problemi

¹Gli appunti sono reperibili all'indirizzo

<http://www.mat.uniroma2.it/~caramell/did.0506/mmf.htm>

riconducibili al modello di Black e Scholes: il modello di Garman-Kohlhagen (opzioni su valute); opzioni di scambio; opzioni composte call su call.

[cfr. Lamberton e Lapeyre, Capitolo 4 e Problemi 2, 3, 5 al Cap. 4]

Modelli di diffusione per i mercati finanziari

Modelli di diffusione per l'evoluzione dei prezzi in un mercato finanziario. Strategie autofinanzianti e ammissibili; misure di martingala equivalenti; arbitraggio; strategie replicanti. Completezza del mercato; prezzo di opzioni europee. Equazione alle derivate parziali associata al prezzo di un'opzione europea; le greche di un'opzione europea. Formule di rappresentazione per soluzioni di equazioni alle derivate parziali ellittiche e paraboliche in un dominio limitato (problema di Cauchy-Dirichlet) e paraboliche su \mathbb{R}^n (problema di Cauchy); formula di Feynman-Kac. Connessioni con la finanza.

[cfr Paragrafi 1 e 2 degli appunti su *Calcolo stocastico ed applicazioni alla Finanza*; Baldi, Capitolo 9]

Introduzione alle opzioni americane

Strategie "americane", strategie autofinanzianti e di arbitraggio; prezzo "di non arbitraggio" delle opzioni americane.

[cfr Paragrafo 3 degli appunti su *Calcolo stocastico e applicazioni alla Finanza*]

Metodi numerici per la finanza

Simulazione di un moto Browniano e di un moto Browniano geometrico. Il metodo Monte Carlo: stima di medie ed intervallo di confidenza. Metodi numerici per la finanza: uso del metodo Monte Carlo.

In particolare, seguendo il modello di Black e Schoes, si richiede l'implementazione² un programma per il:

- calcolo numerico del prezzo della call e della put con Monte Carlo, con intervallo di confidenza al 95% e studio numerico della convergenza del prezzo call/put alla formula di Black e Scholes;
- calcolo numerico del prezzo di una call asiatica con Monte Carlo, con intervallo di confidenza al 95%;
- calcolo numerico del prezzo di un'opzione di scambio con Monte Carlo, con intervallo di confidenza al 95%;
- calcolo numerico della delta con le differenze finite e con il metodo *à la Malliavin*;
- calcolo della copertura dinamica e uguaglianza finale con il *payoff* dell'opzione.

[cfr appunti su *Metodi Monte Carlo in Finanza* o anche Glasserman]

²Si richiede l'utilizzo di un *linguaggio di programmazione* (ad es. C, C++, Pascal etc., ma non Scilab o analoghi *software*), a scelta dello studente.