Programma di Probabilità 1
Corso di Laurea in Matematica
Università Tor Vergata
a.a. 2004/2005
crediti: 5
docente: Lucia Caramellino

## Modalità d'esame

L'esame consiste solo in una prova scritta, comprendente anche domande di tipo teorico-astratto inerenti ai risultati dimostrati durante il corso.

## Testi consigliati[1]

[1] P. Baldi: *Calcolo delle probabilità e statistica. Seconda edizione* McGraw-Hill, 1998

[2] P. Baldi, R. Giuliano, L. Ladelli: *Laboratorio di statistica e probabilità.* McGraw-Hill, 1995.

[3] Dispense ed esercitazioni distribuite dal docente, reperibili all'indirizzo

`http://www.mat.uniroma2.it/~caramell/did_0405/cp1.htm`

## Programma

### Probabilità discreta

Esperimenti aleatori, eventi elementari; spazio campionario. Eventi e operazioni su eventi. Probabilità di eventi: la definizione assiomatica. Spazi di probabilità. Probabilità discreta. Spazi di probabilità uniforme. Probabilità condizionata: formula di Bayes, formula delle probabilità totali, probabilità a priori e a posteriori. Indipendenza tra due eventi e famiglie di eventi indipendenti. Probabilità su spazi campionari numerabili. Problemi di conteggio: il calcolo combinatorio (combinazioni e disposizioni con e senza ripetizioni, permutazioni). [Capitolo 1 di [1]; esercitazioni I, II, III]

### Variabili aleatorie discrete

Definizione di variabili aleatorie discrete. Distribuzione di una variabile aleatoria discreta. Indipendenza di due variabili aleatorie e famiglie di variabili aleatorie indipendenti.

[1] A questi se ne possono aggiungere moltissimi altri. Ad esempio, si suggerisce di leggere il (bello e classico) libro di William Feller, *An introduction to probability theory and its applications*, edito da Wiley, del 1957. Si suggerisce anche di viaggiare su internet alla ricerca di esercizi: se ne trovano davvero tanti, alcuni dei quali molto interessanti.

Variabili di Bernoulli e prove bernoulliane. Distribuzione binomiale e geometrica (con proprietà di perdita di memoria). Comportamento asintotico della distribuzione binomiale: la distribuzione di Poisson. Definizione e proprietà del valore atteso. Valore atteso della legge binomiale, geometrica, di Poisson e uniforme su un insieme finito. Distribuzione e valore atteso per una funzione di una variabile aleatoria. Caratterizzazione di variabili aleatorie indipendenti tramite fattorizzazione del valore atteso. Definizione e proprietà della varianza. Varianza delle variabili aleatorie legate allo schema di Bernoulli. Disuguaglianza di Chebycev. Valore atteso e varianza della distribuzione di Poisson. Definizione di momento e legame tra momenti di ordine diverso. Distribuzioni congiunte e marginali. Definizione e proprietà della covarianza. Varianza della somma di variabili aleatorie. Relazione tra variabili aleatorie indipendenti e non correlate (indipendenza implica covarianza nulla; covarianza nulla non implica indipendenza). Retta di regressione e dipendenza (positiva o negativa) di due variabili aleatorie.
[Cap. 2 di [1]; appunti sulla retta di regressione; esercitazioni III, IV, V, VI, VII]

## Variabili aleatorie (assolutamente) continue

Funzione di ripartizione di variabili aleatorie qualsiasi: proprietà. Definizione di variabili aleatorie continue. Variabili aleatorie assolutamente continue: densità di probabilità. Distribuzioni di variabili aleatorie continue di tipo: uniforme su un intervallo, esponenziale, di Weibull, gamma, di Cauchy, gaussiana. Calcolo della densità di probabilità a partire dalla funzione di distribuzione. Densità di probabilità per funzioni di una variabile aleatoria continua. Variabili aleatorie indipendenti. Densità della somma di due variabili aleatorie (assolutamente continue) indipendenti [senza dimostrazione]. La legge gamma come somma di variabili aleatorie esponenziali indipendenti. Definizione di momento, valore atteso e di varianza: proprietà. Il processo di Poisson [cenni] e legame tra la distribuzione esponenziale e la distribuzione di Poisson. La distribuzione gaussiana. Distribuzione (gaussiana) della combinazione lineare di variabili aleatorie gaussiane indipendenti.
[Capitolo 3 di [1]: paragrafi 3.1, 3.2, parte di 3.4, 3.5, 3.6, 3.7 (esclusa media del prodotto e covarianza); esercitazioni VII, VIII, IX]

## Convergenza ed approssimazione

Disuguaglianza di Markov e, come conseguenza, disuguaglianza di Chebycev. La Legge (Debole) dei Grandi Numeri e le sue applicazioni. Teorema del limite centrale [senza dimostrazione] e applicazioni. Approssimazione gaussiana con correzione per v.a. discrete, in particolare binomiali.
[Capitolo 4 di [1]: paragrafi 4.1, 4.4, di [1]; esercitazione IX]