

Secondo esonero di Probabilità 1
7 giugno 2005

E 1. Un dado viene lanciato 6 volte. Siano

$$\begin{aligned} i = 1, 3, 5 : \quad X_i &= 1_{A_i}, \quad \text{dove } A_i = \{\text{esce 4 all}'i\text{-esimo lancio}\} \\ j = 2, 4, 6 : \quad Y_j &= 1_{B_j}, \quad \text{dove } B_j = \{\text{esce un numero } > 4 \text{ al } j\text{-esimo lancio}\} \end{aligned}$$

Definiamo:

$$Z = X_1 + Y_2, \quad V = X_3 + Y_4, \quad W = X_5 + Y_6, \quad T = Z - V + 1, \quad S = V + 2W$$

- a) Discutere la dipendenza tra T e S .
- b) Scrivere l'equazione della retta di regressione di T rispetto a S .

E 2. Sia X una v.a. assolutamente continua con densità $p(x) = \frac{c}{|x|^3} 1_{|x|>1}$.

- a) Calcolare c .
- b) X ha media? Ha varianza? Se sì, calcolarle.

E 3. Siano $X_1, X_2, \dots$ v.a. i.i.d., tutte di legge uniforme su $(-1, 1)$.

- a) Usando la disuguaglianza di Chebycev, stimare n affinché con probabilità almeno 0.99 la media empirica $\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ disti dalla media teorica per meno di 0.1.
- b) Calcolare approssimativamente $\mathbb{P}(\frac{1}{10} \sum_{i=1}^{100} X_i > -\frac{1}{\sqrt{3}})$.

E 4. Un libro ha 400 pagine. Supponiamo che la probabilità che una pagina sia priva di errori sia 0.98 e che la presenza o meno di errori in pagine diverse siano eventi indipendenti. Qual è la probabilità che il numero totale delle pagine che richiedono una correzione sia minore di 4?

E 5. Enunciare e dimostrare la Legge dei Grandi Numeri.