

**Terzo appello di Probabilità 1**  
**13 settembre 2005**

**E 1.** Una fabbrica produce dadi, provenienti da due linee di produzione diverse A e B. Alcuni dei dadi prodotti non sono equilibrati. Infatti, è noto che, lanciando un dado, la probabilità che esca un numero pari è  $1/8$  per il 10% dei dadi che provengono dalla linea A ed è  $1/4$  per il 20% dei dadi che provengono dalla linea B. Si consideri nel seguito un dado uscito dalla fabbrica.

- (a) Qual è la probabilità che sia equilibrato?
- (b) Il dado viene lanciato una volta. Qual è la probabilità che esca un numero pari?
- (c) Se è noto che è uscito un numero pari, qual è la probabilità che il dado sia equilibrato?

**E 2.** Siano  $X$  e  $Y$  due v.a. discrete, a valori in  $E_X = \{-1, 0, +1\}$  e  $E_Y = \{-1, +1\}$  rispettivamente, con densità discreta congiunta  $p_{XY}$  descritta dalla seguente tabella:

|          | $X = -1$ | $X = 0$ | $X = +1$ |                                |
|----------|----------|---------|----------|--------------------------------|
| $Y = -1$ | $1/4$    | $1/8$   | $\alpha$ |                                |
| $Y = +1$ | $1/8$    | $1/8$   | $1/4$    |                                |
|          |          |         |          | dove $\alpha \in \mathbb{R}$ . |

- (a) Calcolare  $\alpha$  e scrivere le densità discrete marginali  $p_X$  e  $p_Y$ .
- (b) Discutere la dipendenza tra  $X$  e  $Y$ . In particolare, dire se  $X$  e  $Y$  sono indipendenti.

**E 3.** Siano  $X$  e  $Y$  due v.a. indipendenti ed esponenziali di parametro 1.

- (a) È vero che  $\mathbb{P}(|X + Y - 2| > 2) > 0.8$ ?
- (b) Siano  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots$  copie indipendenti di  $(X, Y)$ . Posto  $Z_n = \sum_{k=1}^n (X_k - Y_k)$  calcolare (approssimativamente)  $\mathbb{P}(Z_{200} + 20 \geq 0)$ .

**E 4.** Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false, giustificando la risposta.

(a) Si ha:  $\sum_{k=0}^2 k \cdot \frac{\binom{2}{k} \binom{3}{3-k}}{\binom{5}{3}} = \frac{6}{5}$ .

- (b) Se  $X$  e  $Y$  hanno media allora anche  $XY$  ha media e  $\mathbb{E}(XY) = \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)$ .
- (c) Siano  $X \sim N(1, 3)$  e  $Y \sim N(0, 1)$  indipendenti. Allora: (c1)  $X + Y \sim N(1, 4)$ ; (c2)  $X - Y \sim N(1, 2)$ .