

# UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

## Laurea in CHIMICA

### ANALISI MATEMATICA 1

*Prof. P. Cannarsa*

Il appello (sessione invernale) 20/02/2020, ore 10:00, aula T6 (Scienze)

#### Esercizio 1

Dato  $\alpha \in \mathbb{R}$ , si consideri il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x + \alpha y = 0 \\ x + y + z = 1 \\ \alpha y + 2z = 0. \end{cases} \quad (S)$$

- 1) Determinare l'insieme  $A$  degli  $\alpha \in \mathbb{R}$  per cui  $(S)$  ha un'unica soluzione. [Punti 4]
- 2) Dire se  $(S)$  ammette o meno soluzioni per  $\alpha \in \mathbb{R} \setminus A$ . [Punti 3]

#### Esercizio 2.

Data la funzione

$$f(x) = x^2(\log x - 1),$$

determinarne il dominio e studiarne il grafico per quanto riguarda limiti, asintoti, monotonia, estremi relativi, convessità e flessi. [Punti 7]

#### Esercizio 3.

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \arctan x + \sin^2 x (1 - \cos 2x)}{27x^4 + 5 \sin x} \quad [\text{Punti } 6]$$

#### Esercizio 4.

Calcolare gli integrali indefiniti

$$(a) \int x(1+x^2)e^{x^2} dx \quad [\text{Punti } 4] \quad (b) \int x(1+x^2)e^{x^2} \log x dx \quad [\text{Punti } 3]$$

#### Esercizio 5.

Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) + \frac{2tx(t)}{1+t^2} = \frac{1}{t} & (t > 0) \\ x(1) = 1 \end{cases} \quad [\text{Punti } 7]$$

**NB:** per la prova orale si consiglia di aver riportato allo scritto una votazione  $\geq 16$ .