

Metodi Matematici per l'Ingegneria

8. Esercizi su trasformata di Fourier in L^1 , L^2 e nel senso delle distribuzioni temperate

1. Calcolare la trasformata di Fourier di $f(x) = \frac{1}{x^3 - 8i}$.
2. Calcolare la trasformata di Fourier di $f(x) = \frac{1}{x^3 + i}$.
3. Calcolare la trasformata di Fourier di $f(x) = \frac{1}{(x^2 + 4)(x^2 + 2x + 2)}$.
Calcolare la parte dispari di f e la relativa trasformata di Fourier.
4. Calcolare la trasformata di Fourier di $f(x) = \frac{1}{(x^2 + i)(x^2 - 4i)}$.
5. Calcolare la trasformata di Fourier $\widehat{f}(\omega)$ di $f(x) = \frac{1}{(x^2 + 4i)(x^2 - i)}$.
6. Sia $f(x) = \frac{\cos t}{1 + t^2}$. Calcolare la trasformata di Fourier $\widehat{f}(\omega)$ di f .
(Suggerimento: usare la forma esponenziale per $\cos t$)
7. Sia $f(x) = \frac{\sin t}{i + t^3}$. Calcolare la trasformata di Fourier $\widehat{f}(\omega)$ di f . Verificare che $\widehat{f} \in L^\infty(\mathbb{R})$.
8. Calcolare le trasformate di Fourier (eventualmente, nel senso delle distribuzioni temperate) di $\frac{1}{x^2 + 2x + 2}$, $\frac{x}{x^2 + 2x + 2}$, $\frac{x^2}{x^2 + 2x + 2}$, $\frac{x^2 \cos 3x}{x^2 + 2x + 2}$;
dedurre le trasformate di Fourier della parte pari e della parte dispari di $\frac{1}{x^2 + 2x + 2}$.
9. Calcolare le trasformate di Fourier (eventualmente, nel senso delle distribuzioni temperate) di $\frac{1}{x - i}$; $\sin 3x \sin 2x$; $(x^2 + x + 1)\frac{\sin x}{x}$; $x^2 + 1$; $e^{-2x^2} \sin x$.

10. Scrivere la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{e^{i3x}}{x^2 + ix + 2}.$$

11. Scrivere la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{\sin 2x}{x + i}$$

e la trasformata di Fourier di $x^2 f(x)$ nel senso delle distribuzioni temperate.

12. Calcolare la trasformata di Fourier nel senso delle distribuzioni temperate di

$$f(x) = \frac{x^2}{x - 2i}.$$

13. Scrivere la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{x^3 - 2ix + 1}{1 + x^2}$$

nel senso delle distribuzioni temperate;

14. Calcolare la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = x(1 + \sin 2x)$$

nel senso delle distribuzioni temperate;

15. Calcolare la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = x^2 e^{ix} \sin x$$

nel senso delle distribuzioni temperate;

16. Calcolare la trasformata di Fourier della funzione $f(x) = x e^{-ix} \cos x$ nel senso delle distribuzioni temperate.

17. Calcolare la trasformata di Fourier di $f(x) = e^{-2|x|} \cos(3x)$.

18. Calcolare la trasformata di Fourier di $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$ nel senso delle distribuzioni temperate.

19. Calcolare la trasformata di Fourier di $f(x) = \frac{(x^2 + 3) \cos 2x}{x + 1}$ nel senso delle distribuzioni temperate.

- 20.** Calcolare la parte reale della trasformata di Fourier $\widehat{f}(\omega)$ della funzione f dell'Esercizio 19 per $\omega > 0$.
- 21.** Calcolare la trasformata di Fourier nel senso delle distribuzioni temperate di
(a) $f(x) = x H(x)$ (H =funzione di Heaviside)
(b) $f(x) = |x|$ (usare il punto (a)).
- 22.** Calcolare la trasformata di Fourier nel senso delle distribuzioni temperate di
$$f(x) = \frac{x^3 + 3ix^2 - 1}{1 + x^2}.$$
- 23.** Calcolare la trasformata di Fourier nel senso delle distribuzioni temperate di
$$f(x) = \frac{x^2 + ix - 1}{1 + x^2}.$$
- 24.** Calcolare la trasformata di Fourier nel senso delle distribuzioni temperate di
$$f(x) = \frac{x^2 \cos x}{1 + x^2}.$$
- 25.** Calcolare la trasformata di Fourier nel senso delle distribuzioni temperate di
$$f(x) = \frac{x^3 \sin x}{4 + x^2}.$$