iii) Fare tutti i prodotti che si possono fare con queste tre matrici.

11. Scrivere la matrice A dei coefficienti e la matrice completa $A|b$ dei seguenti sistemi

$$i)\ \begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 = 3 \\ x_3 - 2x_1 = 4 \\ x_2 = 1 \end{cases} \qquad ii)\ \begin{cases} x_1 - 3x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_4 = 1 \\ 2x_4 = 0 \end{cases} \qquad iii)\ \begin{cases} 3x_1 = 2 \\ x_1 - x_2 = 3 \\ x_2 - 3x_3 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \phi_5 : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\} \\ x &\longrightarrow x^2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_6 : \mathbb{R}_+ &\longrightarrow \mathbb{R}_+ \\ x &\longrightarrow x^2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_7 : \mathbb{R}_+ &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longrightarrow x^3. \end{aligned}$$

7. Sia $\mathcal{B} = \{\vec{i}, \vec{j}\}$ una base di $\mathcal{V}_0^2$.

   a) Verificare che i vettori $\vec{i}' = \vec{i} + \vec{j}$ e $\vec{j}' = \vec{i} - 2\vec{j}$ formano una base di $\mathcal{V}_0^2$.

   b) Determinare le coordinate del vettore $5\vec{i} + 3\vec{j}$ nella base $\mathcal{B} = \{\vec{i}', \vec{j}'\}$.

8. Sia $\mathcal{B} = \{\vec{i}, \vec{j}\}$ una base di $\mathcal{V}_0^2$. Presi i due vettori di $\mathcal{V}_0^2$

$$\vec{0A} = 3\vec{i} + 2\vec{j}, \quad \vec{0B} = \vec{i} - 4\vec{j}$$

   a) verificare che i vettori non sono proporzionali, e quindi formano una base di $\mathcal{V}_0^2$;

   b) Determinare le coordinate del vettore $\vec{0C} = \vec{i} - \vec{j}$ nella base $\mathcal{B}' = \{\vec{0A}, \vec{0B}\}$.

9. Sia $\mathcal{B} = \{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ una base di $\mathcal{V}_0^3$. Dati i vettori

$$\vec{0P_1} = 2\vec{i} + 5\vec{j}, \quad \vec{0P_2} = \vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}, \quad \vec{0P_3} = -3\vec{i} + \vec{j} - 6\vec{k}$$

   trovare le coordinate dei vettori $\overrightarrow{0P_1} + 4 \cdot \overrightarrow{0P_3}$ e di $\overrightarrow{0P_3} - 3 \cdot \overrightarrow{0P_2} - \overrightarrow{0P_1}$.

10. Si considerino le matrici seguenti:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 & 9 \\ 0 & 1 & 5 & -4 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ -3 & 4 & 4 & 2 & -5 \\ 1 & 3 & -8 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

   Indichiamo con a_{ij}, b_{hk} e c_{rs} gli elementi rispettivamente di A, B e C

   i) Stabilire tra quanto variano gli indici i, j, h, k, r, s;

   ii) Trovare a_{23}, b_{34}, c_{33};

Facoltà di Ingegneria a.a 2002-2003

GEOMETRIA 1 proff. Baldoni e Piacentini Cattaneo

\- 4 ottobre 2002

Insiemi e operazioni tra insiemi- Funzioni- Vettori applicati- Coordinate di un vettore rispetto ad una base

1. Scrivere esplicitamente gli elementi dei seguenti insiemi:
   a) $A = \{\text{numeri dispari divisibili per 11 e minori di 100}\}$;
   b) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 4x - 5 = 0\}$;
   c) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 2h, h \in \mathbb{Z} \text{ e } 0 \leq x < 20\}$;

2. Quali dei seguenti insiemi sono uguali?
$$A = \emptyset,\ B = \{\emptyset\},\ C = \{0\}.$$

3. Quali dei seguenti insiemi sono l'insieme vuoto?
   $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 = 4, 3x = 5\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x + 5 = 5\}$, $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = 81, x = 2h, h \in \mathbb{Z}\}$, $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 9, x < 0\}$.

4. Scrivere le relazioni di inclusione relative agli insiemi del punto precedente.

5. Determinare $\mathcal{P}(A)$ se:
   a) $A = \{a, b, c\}$;
   b) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 2x - 3 < 0\}$;

6. Quali di queste applicazioni sono suriettive, iniettive, biiettive:

$$\begin{aligned}\phi_1 : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R}\\ x &\longrightarrow x^3;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\phi_2 : \mathbb{Z} &\longrightarrow \mathbb{Z}\\ x &\longrightarrow 5x;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\phi_3 : \mathbb{Q} &\longrightarrow \mathbb{Q}\\ x &\longrightarrow x^3;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\phi_4 : \mathbb{Q} &\longrightarrow \mathbb{Q}\\ x &\longrightarrow 5x;\end{aligned}$$