Università di Roma “Tor Vergata”.
Corso di Studi in Ingegneria Edile ed Edile/Architettura.

GEOMETRIA ED ALGEBRA TENSORIALE: COMPLEMENTI.
Corso FACOLTATIVO (2 Crediti) - II SEMESTRE 2018-2019
Docente: Prof. Maria Artale.
Lezioni:mercoledi':16 -18,30 (3 ore accademiche). Aula B6
DATA DI INIZIO: 06 /03/2019.
Il ricevimento si svolgerà nello studio del docente su richiesta degli studenti interessati. Si prega, a questo scopo e per eventuali informazioni relative al corso, di contattare il docente via e-mail <artale@axp.mat.uniroma2.it>.

Programma Orientativo Sintetico.

RICHIAMI DI ALGEBRA LINEARE ELEMENTARE
Notazione di Einstein. Indici saturati. Richiami sui cambiamenti di basi. Richiami su applicazioni lineari e matrici rappresentative in basi date. Conseguenze nelle rappresentazioni matriciali di endomorfismi in differenti basi. Richiami sulla relazione di coniugio (o similitudine) tra matrici.Teorema di Schur.Teorema di decomposizione spettrale Forma canonica di Jordan. Richiami sui cambiamenti di basi ortonormali in spazi vettoriali Euclidei. Richiami sulla relazione di congruenza tra matrici. Classi di coniugio e classi di congruenza. In basi ortonormali la relazione di coniugio (similitudine) e quella di congruenza coincidono. Terminologia di geometria Euclidea in IR^3: coseni direttori di una retta,simbolo di RICCI e prodotto misto, classi di permutazioni ed orientazione. Relazione tra simbolo di Ricci e delta di Kronecher. Sistemi di forze e coppie come principi equivalenti alla nozione di Geometria Affine. Momenti, formula del trasporto e asse centrale: applicazioni di traslazioni in geometria affine e della procedura di Gram-Schmidt. Richiami su immagine e nucleo di un'applicazione lineare: teorema di nullita' piu' rango ed interpretazioni geometriche.Teorema di Rouche' Capelli su compatibilita' e numero di soluzioni di un sistema lineare: significati geometrici (propedeutici per lo studio degli stadi di equilibrio).
Struttura delle soluzioni di un sistema lineare non omogeneo (o equivalentemente delle controimmagini di un vettore rispetto ad un'applicazione lineare) in termini dei teoremi di Rouche'-Capelli e di Nullita'+Rango. Applicazioni di Rouche'-Capelli e di Nullita'+Rango: traduzione della tabella di equilibri (ISOSTATICO, IPERSTATICO, LABILE o DEGENERE) in termini di dimensioni del nucleo e dell'immagine dell'applicazione lineare individuata dalla matrice di equilibrio. Applicazioni della tabella di equilibri. Calcoli di carichi
Ortogonale di un sottoinsieme S di uno spazio vettoriale euclideo: l'ortogonale ha sempre una struttura di sottospazio vettoriale, anche se S era solo un sottoinsieme. Doppio ortogonale di S e Span(S). Risultato: l'immagine di un'applicazione lineare coincide con l'ortogonale del nucleo dell'applicazione lineare aggiunta (propedeutico per il Teorema dei lavori virtuali). Traduzione della tabella di equilibri in termini di esclusivamente dimensioni dei nuclei della MATRICE DI EQUILIBRIO e della MATRICE CINEMATICA (aggiunta della matrice di equilibrio).
ALGEBRA TENSORIALE:
Spazio vettoriale duale V* dei funzionali lineari su uno spazio vettoriale V. Dimensione dello spazio vettoriale duale V*. V e V* avendo stessa dimensione sono

isomorfi ma l'isomorfismo fra V e V* non e'(in generale) canonico. Algebra tensoriale. Prodotto tensoriale di due spazi vettoriali: definizione ed esempi. Dimensione di un prodotto tensoriale di due spazi vettoriali e confronto con la dimensione del prodotto cartesiano. Esempi. I ISOMORFISMO CANONICO: V* tensor W = Hom(V,W) (in particolare, se V = W, abbiamo V^* tensor V = End(V)). II ISOMORFISMO CANONICO: Se V e'spazio vettoriale Euclideo, V = V* canonicamente. Potenza tensoriale di uno spazio vettoriale V. Tensori di ordine k su V. Fissata una base di V Euclideo, ciascun tensore del II ordine su V corrisponde ad una matrice quadrata di ordine dim(V). Tensori decomponibili (equivalentemente Diadi) su R^3: a tensor b, con a e b vettori di R^3. Esempi semplici di tensori simmetrici: tensione, trazione e taglio Le diadi (o tensori decomponibili) corrispondono ad endomorfismi di rango uno. Il generico tensore del secondo ordine su R^3 non e' una diade. 3 Definizioni differenti di una diade e compatibilita' fra le 3 definizioni. Im (a tensor b) e Ker (a tensor b): confronto con il teorema di Nullita'+ Rango. I tensori del secondo ordine su IR^3 hanno una struttura di algebra: prodotto (o composizione) tra tensori. Prodotto fra diadi (equiv. fra tensori decomponibili). (IR^3)^{tensor 2} = IR^3 tensor IRL^3 viene denotato in Meccanica e Scienze con Lin = algebra dei tensori del secondo ordine su IR^3. dim(Lin) = 9. Traccia e determinante di un tensore. Tensori invertibili, inverso di un tensore, trasposto di un tensore Prodotto scalare fra tensori. La base starndard (e_i tensor e_j), i, j in {1,2,3}, e' una base ortonormale di Lin. Tensori simmetrici e tensori antisimmetrici. I tensori simmetrici del II ordine formano una sotto-algebra (Sym) di Lin tale che dim(Sym) = 6. I tensori anti-simmetrici del II ordine formano una sotto-algebra (Skew) di Lin tale che dim(Skew) = 3. Lin = Skew + Sym e' una decomposizione in somma diretta ortogonale. Equivalentemente, ogni tensore si scrive in modo unico come somma di un tensore simmetrico e di un tensore antisimmetrico. Calcolo di basi ortonormali dei sottospazi Skew e Sym. Esempi. Polinomio caratteristico (od equazione secolare) di un tensore (equiv. endomorfismo). Autovalori: molteplicita' algebrica e geometrica. Il polinomio caratteristico di un tensore (equiv. endomorfismo): coefficienti, traccia e determinante. Il polinomio caratteristico e' invariante per classi di coniugio. Nell'ambito della geometria delle masse (equivalentemente Euclidea) i coefficienti del polinomio caratteristico di un tensore S sono: det(S), Tr(S) e II(S). I coefficienti del polinomio caratteristico (o equazione secolare) vengono detti pertanto INVARIANTI METRICI del tensore (equiv. dell'endomorfismo), perche' invarianti per CONGRUENZA = CONIUGIO (in basi ortonormali).

APPLICAZIONI DI TENSORI SPECIALI ORTOGONALI o in ORTH^+:
Trasformazioni ortogonali e trasformazioni ortogonali speciali. Gruppo ortogonale O(3,IR) e gruppo speciale ortogonale SO(3,IR). Nelle notazioni tensoriali questi sono O(3, IR) = Orth e SO(3,IR) = Orth^+.

Corrispondenza biunivoca tra basi ortonormali, positivamente orientate (o destre) di IR^n ed elementi di SO(n,IR)=Orth^+. Polinomio caratteristico di un tensore di Orth^+: se l'endomorfismo non e' l'identita', allora esiste sempre una direzione privilegiata corrispondente all'autospazio dell'autovalore semplice 1; tale autospazio coincide con l'ASSE DI ROTAZIONE del tensore in Orth^+.

STUDIO DEI TENSORI ANTISIMMETRICI:

Un tensore antisimmetrico di qualsiasi ordine ha sempre rango pari. Un tensore antisimmetrico non nullo di Skew ha quindi sempre un nucleo uni-dimensionale, detto ASSE DEL TENSORE ANTISIMMETRICO. Rappresentazione di un tensore antisimmetrico. Isomorfismo ASSIALE tra Skew e IR^3. Corrispondenza tra coordinate dell'asse e rappresentazione matriciale del tensore antisimmetrico.

Significato geometrico della corrispondenza assiale: l'asse e' un qualsiasi generatore del nucleo del tensore anti-simmetrico. LEGAMI TRA TENSORI IN ORTH^+ E TENSORI IN SKEW: Applicazioni alla meccanica dei solidi: famiglia ad un parametro di tensori in ORTH^+ (rotazioni), asse istantaneo di rotazione, tensore SPIN e corrispondenza assiale con il tensore spin. L'asse del tensore spin e l'asse istantaneo di rotazione della famiglia ad un parametro in Orth^+ coincidono.Ulteriori interpretazioni della corrispondenza assiale. Applicazioni alla cinematica dei corpi rigidi: campo vettoriale della velocita' materiale di un corpo rigido, velocita' angolare, velocita' istantanea di traslazione. Atti di moto rigido, centro istantaneo di rotazione.

STUDIO DEI TENSORI SIMMETRICI:

Vettore tensione e valori di tensione normale e tangenziale per una qualsiasi sezione piana orientata (cioe' con vettore normale dato). Tensori simmetrici e teorema spettrale: diagonalizzabilita' di tensori simmetrici.

Tensori degli sforzi. Decomposizione di un tensore degli sforzi in parte sferica e parte deviatorica.I tensori tensione, trazione e taglio sono i building blocks di tutti i tensori degli sforzi (o simmetrici). Ricerca di autovalori ed autovettori di un tensore simmetrico. Questi sono rispettivamente le tensioni e le direzioni principali (equiv. assi centrali principali).

Tensori simmetrici definiti positivi. Teorema dei minori principali per verificare che un tensore simmetrico e' definito positivo.Tensore di Inerzia J come caso particolare di un tensore simmetrico definito positivo: l'asse z e' asse principale centrale (equiv. autovettore) relativamente al valore di Inerzia j_0. Cerchio di Mohr. Tensore di inerzia ridotto

CONICHE E QUADRICHE:

Riduzione a forma canonica metrica delle coniche. Cenni sulla classificazione delle quadriche.Forma canonica metrica dell'ellisse d’inerzia. Significati meccanici.

NORME RELATIVE AL CORSO:

Non serve aggiungere il titolo del corso nel piano di studi individuale, dato che è un corso equiparato ad un WORKSHOP, pertanto fornisce nr. 2 crediti F = FORMATIVI. Non vi è quindi alcuna verbalizzazione su libretto universitario nè tantomeno un voto finale, ma solo una IDONEITA' per l'acquisizione dei crediti F.

Il corso è stato attivato dal CCS di Edilizia ed Edile Architettura. Per altri CCS lo studente dovrà parlare con il presidente di CCS di competenza per sapere se gli verrà convalidato l'attestato come CREDITI F.

Chi invece è interessato solamente ai contenuti del corso ma non all'acquisizione dei Crediti F , non deve seguire alcuna regola specifica. Il corso è aperto a chiunque sia interessato.

NORME PER ACQUISIRE I CREDITI F.

Si devono seguire le lezioni da 3 ORE ACCADEMICHE ciascuna. PER ACQUISIRE 2 CREDITI F: seguire le lezioni, con la possibilità di assenza a NON PIU' DI 2 LEZIONI.

Per tutti gli idonei, il docente produrrà un CERTIFICATO DI ATTRIBUZIONE CREDITI F e consegnerà questo certificato alla segreteria del CCS di Edile ed Edile Architettura (Dott.ssa Cottone). Sarà cura dello studente:a) andare successivamente a ritirare ENTRO E NON OLTRE IL CORRENTE ANNO ACCADEMICO in segreteria CCS al DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE copia di suddetto certificato con la vidimazione da parte della Dott.ssa Cottone o della Sig.ra Giambenedetti di conformità all'originale; b) dopo la chiusura del CORRENTE ANNO ACCADEMICO il docente non sarà più responsabile del certificato da lui prodotto e consegnato in segreteria; c) Si invitano pertanto gli studenti ad un'organizzazione personale più responsabile e matura, seguendo le semplici regole sopra descritte.