

Lista di esercizi N.1

1. Gli eventi A_1, A_2, \dots, A_n sono indipendenti. Trovare la probabilità che nessuno di essi si verifichi.
2. Gli eventi A_1, A_2, \dots, A_n sono indipendenti e $P(A_i) = p, i = 1, 2, \dots, n$. Se a è un assegnato numero positivo, trovare il più piccolo intero positivo n per cui $P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) \geq a$.
3. Si lanciano due dadi perfetti e si considerano gli eventi $A = \{ \text{escono due facce uguali} \}$, $B = \{ \text{la somma dei punti è} < 5 \}$. Calcolare $P(A), P(A \cup B), P(A \cap B), P(A^C \cap B^C)$.
4. Si lanciano contemporaneamente un dado e una moneta equilibrati. Trovare la probabilità di ottenere Croce ed un punto del dado minore di 3.
5. Dieci studenti possiedono due automobili, ciascuna delle quali può portare sei persone. In quanti modi si possono disporre nelle due automobili? Qual è la probabilità che un loro amico (che non prende posto in alcuna macchina) indovini l'esatta disposizione degli studenti nelle due automobili?
6. In una città vivono 1000 famiglie che hanno esattamente 3 bambini ciascuna. L'11.9% delle famiglie ha 3 maschi, il 36.9% ha 2 maschi, il 38.1% ha due femmine e il 13.1% ha 3 femmine. Qual la probabilità che in una delle precedenti famiglie tutti i figli siano di sesso uguale?
7. In un poligono regolare di n lati si scelgono a caso 2 vertici; calcolare la probabilità che siano gli estremi di una diagonale.
8. Trovare la probabilità di fare 6 e di fare 5, giocando 6 numeri al Superenalotto.
9. Vengono lanciati due dadi sei volte. Qual è la probabilità che almeno tre volte si faccia 7?
10. Su 100 nati di una certa popolazione vi sono in media 52 maschi. Se una famiglia ha 5 figli, qual è la probabilità che vi siano: (i) 3 femmine e due maschi (ii) al più 3 femmine (iii) almeno 2 e non più di 4 femmine.
11. Una scatola contiene 12 lampadine di cui 4 fulminate. A caso ne vengono prese 2. Qual è la probabilità che almeno una sia fulminata?
12. Da un'urna contenente 4 palline bianche e 3 nere si eseguono due estrazioni con rimpiazzo (cioè la pallina estratta viene subito rimessa nell'urna).
 - (a) calcolare la probabilità che le due palline estratte siano del medesimo colore;
 - (b) calcolare la probabilità che almeno una delle due palline estratte sia nera.
13. Qual è la probabilità di fare almeno un 6, lanciando quattro dadi? E di fare un doppio 6 lanciando ventiquattro volte due dadi?
14. In una Università studiano Matematica il 10% degli studenti iscritti e il 15% delle studentesse iscritte. Inoltre il 45% degli iscritti è costituito da donne. Calcolare la probabilità che uno studente di Matematica scelto a caso, sia donna.
15. Sebbene Robin Hood sia un eccellente arciere (colpisce il centro 9 volte su 10), si trova davanti ad una difficile situazione. Per vincere deve fare almeno 4 centri con le prossime 5 frecce. Se fa 5 centri, corre il rischio di farsi riconoscere dallo sceriffo della

contea. Supponiamo che possa mancare il bersaglio di proposito con probabilità 1; qual è la probabilità che R. Hood vinca il torneo?

16. Un quiz a più scelte ha 100 domande, ciascuna con 4 risposte possibili, di cui una soltanto è esatta. Qual è la probabilità che, tirando ad indovinare, si diano da 10 a 30 risposte corrette per 40 problemi che lo studente non conosce?

17. Mediante la formula di Stirling, stimare la probabilità che una moneta equa lanciata 200 volte dia Testa esattamente 100 volte.

18. Il cavaliere di Merè calcolò erroneamente che fossero uguali la probabilità di fare almeno un 6 lanciando quattro dadi e quella di fare un doppio 6 lanciando ventiquattro volte due dadi. Quali sono le probabilità esatte?

19. Sia p_k la probabilità che lanciando una moneta equa n volte, si ottenga k volte Testa. Provare che, al variare di k da 0 a n , p_k prima cresce, poi decresce. Per quale valore di k si ha il massimo?

20. Trovare la probabilità che il 6 esca almeno n volte in $6n$ lanci di un dado non truccato.

21. Qual è la probabilità di fare almeno una volta 5, lanciando un dado tre volte?

22. Due giocatori di tiro al piattello sparano allo stesso bersaglio. Si sa che il primo concorrente spara in media 9 colpi durante lo stesso tempo in cui il secondo ne spara 10. La precisione dei due giocatori non è la stessa: su 10 colpi sparati dal primo concorrente, 8 colpiscono il bersaglio, su altrettanti sparati dal secondo giocatore solo 7 colpiscono il bersaglio. Durante il gioco, il bersaglio è stato colpito da un proiettile, ma non si sa quale tiratore abbia sparato. Qual è la probabilità che abbia sparato il secondo concorrente?

23. Uno studente deve sostenere un esame. Se studia passa con probabilità 0.99, ma se va alla festa da ballo dell'Università la probabilità di essere promosso è 0.5. Se egli supera l'esame, qual è la probabilità che sia andato a ballare?

24. Si lancia una moneta equa. Se esce Testa, si estrae una carta da un mazzo di carte napoletane. Si vince se esce un asso. Se esce Croce, si lancia un dado e si vince se esce 1 o 2. Qual è la probabilità di vincere a questo gioco?

25. Una persona che ricorda tutte le cifre del numero telefonico di un suo amico, eccetto l'ultima, possiede una carta telefonica con un credito sufficiente ad effettuare solo due telefonate. Se chiama l'amico scegliendo a caso l'ultima cifra, con quale probabilità comporrà il numero giusto, prima che si esaurisca il suo credito telefonico?