

Corso di Laurea Magistrale in MATEMATICA PURA ED APPLICATA

(LM-40 Matematica)

INFORMAZIONI

Segreteria didattica: Sig.ra Laura Filippetti, tel. 06 72594839

Coordinatore corso di laurea magistrale: Prof. Stefano Trapani

Sito web: <http://www.mat.uniroma2.it/didattica/>

E-mail dida@mat.uniroma2.it

Il Corso di Laurea in Matematica Pura ed Applicata si inquadra nella Classe delle Lauree Magistrali in Matematica (Classe LM-40 del DM 16 Marzo 2007 “Determinazione delle classi di laurea”) ed afferisce al Dipartimento di Matematica (DM). La durata del Corso di Laurea è normalmente di due anni.

Il corso di laurea magistrale in Matematica Pura e Applicata (MPA) si propone di sviluppare competenze e conoscenze avanzate in vari settori della matematica, garantendo ai suoi iscritti ampia possibilità di approfondimento sia degli aspetti teorici di questa disciplina che delle sue applicazioni.

Sono possibili percorsi formativi differenziati, atti ad integrare e completare la formazione matematica di ciascuno studente. Tuttavia, in ogni ambito vengono sottolineati gli aspetti metodologici al fine di assicurare una profonda comprensione della materia e la capacità di aggiornare costantemente le competenze acquisite. Con l'intento di accrescere le capacità di autonomia degli studenti, e per permettere la formulazione di piani di studio che si adattino alle esigenze di una società in rapida evoluzione, si è previsto un elevato grado di libertà nella scelta degli insegnamenti.

Il percorso formativo è caratterizzato dalla presenza, all'inizio, di insegnamenti intesi a fornire un quadro ampio e organico di argomenti di carattere avanzato nelle discipline fondamentali (algebra, analisi, geometria, fisica matematica, analisi numerica, probabilità). Successivamente, sono offerti insegnamenti a carattere specialistico, volti ad accogliere specifici interessi sviluppati dagli studenti, nonché a coadiuvare lo svolgimento del lavoro di tesi, cui è attribuita una valenza determinante per il compimento del ciclo di studi.

Oltre ad avere un'approfondita conoscenza sia degli aspetti disciplinari sia di quelli metodologici della matematica, i laureati magistrali in MPA devono essere in grado di esprimere le proprie conoscenze in contesti professionali sia specifici sia interdisciplinari. Lo studente viene altresì sollecitato ad acquisire un contatto diretto con la letteratura matematica, anche a livello di ricerca, e ad affinare le capacità individuali di orientarsi nella consultazione di testi e nella creazione di bibliografie sia in italiano che in inglese. La redazione della prova finale costituisce, tra l'altro, una verifica dell'acquisizione di queste competenze e della padronanza delle tecniche usuali della comunicazione scientifica in ambito matematico.

Grazie alla sua formazione, il laureato magistrale in MPA potrà, a seconda dei casi, proseguire negli studi partecipando a programmi di dottorato in discipline matematiche o inserirsi nel mondo del lavoro, sia utilizzando le specifiche competenze acquisite che valorizzando le sue capacità di flessibilità mentale e di collaborazione con altri esperti.

Grazie alle conoscenze e alle competenze acquisite, ivi inclusa la mentalità flessibile e l'esperienza accumulata nell'analisi e soluzione di problemi, i laureati magistrali in Matematica Pura e Applicata

potranno disporre di un'ampia gamma di sbocchi occupazionali e professionali. I settori più indicati sono quelli in cui la matematica svolge un ruolo centrale sotto il profilo applicativo o teorico, o quantomeno costituisce un ambito chiaramente correlato quanto a importanza quali, ad esempio,

- . • l'elaborazione e l'analisi di modelli a supporto dei processi industriali;
- . • l'analisi statistica dei dati;
- . • l'insegnamento;
- . • la diffusione della cultura scientifica;
- . • l'avviamento alla ricerca pura e applicata in un corso di dottorato;
- . • l'informatica e la telematica.

Inoltre, qualora il corso di laurea magistrale in Matematica Pura e Applicata si innesti su un corso di laurea triennale in discipline affini, sarà possibile un pronto inserimento dei laureati anche in professioni o campi di studio differenti. Un'analisi recente dei diversi impieghi ad alto livello dei laureati in Matematica in Italia si può trovare sul sito: <http://mestieri.dima.unige.it/>.

Per conseguire la Laurea Magistrale in matematica Pura ed Applicata lo studente deve aver acquisito almeno 120 crediti (CFU) nell'ambito delle varie attività didattiche. L'attività formativa prevede insegnamenti teorici e pratici suddivisi in moduli didattici caratterizzanti, moduli didattici di materie affini o integrative, moduli didattici concernenti attività formative complementari. I risultati della preparazione vengono verificati nel corso di prove individuali di esame e nell'ambito dell'elaborazione della prova finale. Tutti i percorsi formativi danno ampio spazio a esercitazioni e ad attività di tutorato e di laboratorio. La ripartizione delle attività formative per il Corso di Laurea Magistrale in Matematica pura ed Applicata è contenuto nell'Ordinamento del Corso di Laurea, disponibile alla pagina <http://www.mat.uniroma2.it/didattica/regole.php> del sito del corso di Laurea Magistrale in matematica Pura ed Applicata

La prova finale per il conseguimento della Laurea Magistrale richiede la stesura di una tesi elaborata in modo originale dallo studente, comprendente la redazione di un documento scritto (eventualmente anche in lingua inglese) e una prova seminariale conclusiva. La scelta dell'argomento della tesi deve essere concordata con un docente scelto dallo studente, che svolge le funzioni di relatore. La tesi dovrà evidenziare nei suoi contenuti la maturità culturale del laureando in un'area disciplinare attinente alla sua formazione curricolare. La prova finale verrà valutata in base alla originalità dei risultati, alla padronanza dell'argomento, all'autonomia e alle capacità espositiva e di ricerca bibliografica mostrate dal candidato.

I crediti relativi alle attività didattiche caratterizzanti, affini o integrative sono acquisiti seguendo moduli didattici, e superando i relativi esami, secondo il piano delle attività formative ed in base alla programmazione didattica definiti dal Consiglio di Corso di Laurea. I crediti relativi alle attività a scelta dello studente, così come i crediti relativi alle attività art.10, comma 5 lett. d, vengono normalmente acquisiti da parte dello studente mediante la frequenza di insegnamenti scelti, mediante la formulazione di un piano di studi, nell'ambito delle opzioni proposte dal Consiglio del Dipartimento di Matematica (CDM). Modalità diverse di acquisizione di tali crediti proposte dallo studente verranno valutate dal CDM in riferimento agli obiettivi formativi del corso di laurea ed alla valenza culturale complessiva del piano di studio proposto.

Schema del piano di studio

Attività formative caratterizzanti 44 CFU

Formazione affine ed integrativa 28 CFU

Formazione a scelta 16 CFU

Prova finale 27 CFU

Altre attività formative (ulteriori attività formative art.10, comma 5, lettera d) 5 CFU

Attività Formative Caratterizzanti: 44 CFU (i corsi a scelta di questa sezione devono far parte della programmazione didattica del corso di studio)

CAM 1 (6 CFU)

CAM 2 (6 CFU)

Corsi a scelta nei settori disciplinari MAT01/MAT05 per un totale di 16 CFU

Corsi a scelta nei settori disciplinari MAT06/MAT09 per un totale di 16 CFU.

Formazione Affine ed Integrativa: 28 CFU (i corsi a scelta di questa sezione devono far parte della programmazione didattica del corso di studio)

Laboratorio di Calcolo 4 CFU

Corsi a scelta per 24 CFU nei settori affini (dei quali 16 CFU al massimo di settori MAT)

Formazione a scelta: Corsi per 16 CFU a libera scelta

Attività formative per Prova Finale: 27 CFU

Lo studente dovrà inoltre scegliere almeno 4 settori MAT diversi ed almeno un corso in ciascuna delle seguenti coppie di settori: MAT02/MAT03, MAT05/MAT07, MAT06/MAT08.

Di norma entro il mese di ottobre, lo studente presenta al Consiglio di Dipartimento una proposta di piano di studio. Il Consiglio valuterà entro il mese di dicembre il piano di studio proposto. Qualora l'iscrizione alla Laurea Magistrale avvenga in un periodo diverso dell'anno, s'intende che il piano di studio va presentato entro un mese dall'iscrizione e che il Consiglio è tenuto a valutarlo entro il mese successivo. I piani di studio vengono preventivamente valutati da una apposita commissione che verifica la loro coerenza con gli obiettivi formativi. Il piano di studio non può comprendere insegnamenti i cui programmi siano stati già svolti da insegnamenti relativi al conseguimento dei 180 CFU della laurea triennale.

Modalità e requisiti di ammissione al Corso di Laurea magistrale

Il Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata non è ad accesso programmato.

Per essere ammessi al corso occorre essere in possesso della laurea o del diploma universitario di durata triennale, ovvero di un altro titolo di studio conseguito all'estero riconosciuto idoneo. Sono inoltre richiesti specifici requisiti curriculari, caratteristici delle lauree in discipline matematiche. La natura interdisciplinare della matematica rende possibile anche a studenti che abbiano conseguito la laurea in altri settori, di accedere alla laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata purché in possesso dei suddetti requisiti.

Tutti gli studenti che intendano immatricolarsi sono invitati a farne richiesta secondo le modalità

previste dall'ateneo. Le domande pervenute saranno esaminate dal Coordinatore del Corso di Studio, ed eventualmente da una commissione. La valutazione seguirà comunque i seguenti criteri:

- Verranno accolte tutte le domande di studenti in possesso di laurea in Matematica conseguita nel nostro ateneo.
- Per tutti gli altri studenti, la commissione valuterà il possesso delle conoscenze e competenze necessarie per l'accesso sulla base della documentazione presentata. Ove necessario, la commissione potrà richiedere ulteriori informazioni relative al curriculum, eventualmente tramite un colloquio di natura non tecnica.
- Indicativamente, verranno accolte le domande di tutti i laureati triennali delle classi L-32 (DM 509/1999) e L-35 (DM 270/2004) provenienti da qualsiasi ateneo italiano (o di studenti in possesso di analogo titolo di studio estero).
- La commissione potrà consigliare e/o autorizzare l'inserimento, nel piano di studio della laurea magistrale, di uno o più insegnamenti della laurea triennale in matematica -non già inclusi nell'offerta formativa relativa alla laurea magistrale -per un massimo di 24 CFU.

Si invitano gli interessati a richiedere un parere preventivo ed informale da parte della Commissione scrivendo a dida@mat.uniroma2.it e allegando il proprio curriculum studiorum con elenco degli esami sostenuti, completo di crediti formativi, settori disciplinari e programmi relativi.

Calendario 2017/18

Gli insegnamenti del primo semestre si terranno dal 2 Ottobre 2017 al 22 Dicembre 2017. Quelli del secondo semestre, dal 5 marzo 2018 al 8 Giugno 2018. Il 21 Settembre 2017 alle ore 10.00, in aula L3, si terrà un incontro con gli studenti nel quale i docenti illustreranno brevemente i programmi dei corsi.

Vita pratica

La maggior parte delle informazioni è riportata nel sito web del Corso di Studi: <http://mat.uniroma2.it/didattica>. Informazioni si possono anche ottenere per posta elettronica all'indirizzo dida@mat.uniroma2.it oppure rivolgendosi alla segreteria del Corso di LM, Sig.ra Filippetti, tel. 06 7259 4839.

Esami

Gli insegnamenti del primo semestre prevedono due appelli nella sessione estiva anticipata (gennaio - febbraio), un appello nella sessione estiva (giugno/luglio) e uno in quella autunnale (settembre). I corsi del secondo semestre prevedono due appelli nella sessione estiva, uno in quella autunnale e uno in quella invernale.

Trasferimenti

Gli studenti che intendono trasferirsi al corso di laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata possono richiedere un parere preventivo ed informale da parte della Commissione scrivendo a dida@mat.uniroma2.it e allegando il proprio curriculum studiorum con elenco degli esami sostenuti, completo di crediti formativi, settori disciplinari e programmi relativi. Se lo studente ottiene un parere positivo dovrà seguire le modalità previste dall'ateneo per i trasferimenti.

Gli studenti che si trasferiscono al Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata provenendo da altri Corsi di Magistrale, possono chiedere il riconoscimento dei crediti relativi ad esami sostenuti nel corso di studi d'origine. Il Consiglio valuterà di volta in volta le singole richieste.

Programmazione didattica A.A. 2017/18

Le istruzioni seguenti si riferiscono alla Laurea Magistrale relativa all'ordinamento del D.M. 270/04.

I SEMESTRE

Teoria della misura (CAM/1) (6 CFU) - attività caratterizzante – obbligatoria

Algebre di operatori (8 CFU)

**Algoritmi e strutture dati 2 (6 CFU)*

**Analisi di reti (6 CFU) – mutuato L.M. Informatica*

**Chimica generale (8 CFU) – mutuato da Scienza dei Materiali*

** Complementi di fisica (8 CFU)*

CAN/1- Modellizzazione geometrica e simulazione numerica

Complementi di probabilità (8 CFU)

Complementi di topologia algebrica (8 CFU)

Elementi di analisi numerica (8 CFU)

**Fisica dei fluidi complessi e turbolenza (8 CFU)*

Geometria algebrica (8 CFU)

Geometria complessa (8 CFU)

Geometria differenziale (8 CFU)

**Introduzione ai processi aleatori (8 CFU)*

Introduzione alle varietà differenziabili (8 CFU)

Logica Matematica (8 CFU)

**MMM: Metodi e modelli dei mercati finanziari (8 CFU)*

Meccanica analitica e celeste (FM3) (8 CFU)

Meccanica superiore 1 (8 CFU)

**Natural language processing (6 CFU) – mutuato L.M. Informatica*

Numerical methods for computer graphics in Java (8 CFU)

**Relatività e cosmologia 8 cfu – mutuato per 6 cfu dall'insegnamento Relativity and cosmology 1, 6 cfu, cdl*

Triennale in Fisica, secondo semestre, e per 2 cfu da Relativity and cosmology 2, cdl Magistrale in Fisica, primo e secondo semestre

Storia e didattica della matematica (8 CFU)

Teoria dei giochi e progetto di reti (9 CFU) – mutuato L.M. Ingegneria Gestionale

II SEMESTRE

Introduzione all'analisi funzionale (CAM2) (6 CFU) - attività caratterizzante - obbligatoria

*** Laboratorio di calcolo (4 CFU) - attività affine – obbligatoria**

Algebra commutativa (8 CFU)

Analisi armonica (8 CFU)

**Codifica e compressione di segnali e immagini (8 CFU)*

CAN2 – Complementi di analisi numerica 2 (8 CFU)

Elementi di probabilità 1 (8 CFU)

EAM 1- Teoria spettrale (8 CFU)

EAM 2 – Spazi di Sobolev e soluzioni deboli (8 CFU)

Equazioni differenziali (8 CFU)

Fisica computazionale (9 CFU)

**Machine learning (9 CFU)*

**Progettazione di sistemi informatici (8 CFU)*

Sistemi dinamici (8 CFU)
Statistical learning and high dimensional data (8 CFU)
Storia della scienza (8 CFU)
Superfici di Riemann (8 CFU)
Teoria dei fibrati (8 CFU)
Teoria delle rappresentazioni 2 (8 CFU)
**Web mining and Retrieval (9 CFU)*

NOTA: L'asterisco (*) indica i corsi che, se inseriti nel piano di studio, devono far parte delle attività affini o a scelta dello studente.

Ripartizione dell'offerta formativa dei settori MAT

SETTORE MAT/01: LOGICA MATEMATICA

- Logica matematica

SETTORE MAT/02: ALGEBRA

- Algebra commutativa
- Teoria delle rappresentazioni 2

SETTORE MAT/03: GEOMETRIA

- Complementi di topologia algebrica
- Geometria algebrica
- Geometria complessa
- Geometria differenziale
- Introduzione alle varietà differenziabili
- Teoria dei fibrati
- Superfici di Riemann

SETTORE MAT/04: MATEMATICHE COMPLEMENTARI

- Storia della scienza
- Storia e didattica della matematica

SETTORE MAT/05: ANALISI MATEMATICA

- Algebre di operatori
- Analisi armonica
- CAM/1: Teoria della misura
- CAM/2: Introduzione all'analisi funzionale
- EAM/1: Teoria spettrale
- EAM/2: Spazi di Sobolev e soluzioni deboli
- Equazioni differenziali

SETTORE MAT/06: PROBABILITÀ

- Complementi di probabilità
- Elementi di probabilità 1
- Statistical learning and high dimensional data

SETTORE MAT/07: FISICA MATEMATICA

- Meccanica analitica e celeste
- Sistemi dinamici
- Meccanica superiore 1

SETTORE MAT/08: ANALISI NUMERICA

- CAN/1 – Modellizzazione geometrica e simulazione numerica
- Elementi di Analisi numerica
- Numerical methods for computer graphics in Java
- CAN/2 – Complementi di analisi numerica 2

SETTORE MAT/09: RICERCA OPERATIVA

- Teoria dei giochi e progetto di reti

Programmi dei corsi

ALGEBRA COMMUTATIVA - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/02 - 64 ore di lezione in aula

Prof. F. Gavarini

Programma. 1 - ANELLI, IDEALI, MORFISMI. Anelli, morfismi tra anelli - ideali, quozienti - Teorema Fondamentale di Omomorfismo, Teoremi di Isomorfismo - ideali primi, ideali massimali - anelli locali, anelli semilocali - radicale nilpotente, radicale di Jacobson - operazioni su ideali - prodotto diretto - estensione e contrazione di ideali.

2 - MODULI, PRODOTTO TENSORIALE, ALGEBRE. Moduli su anelli, rappresentazioni di anelli; morfismi tra moduli - sottomoduli, quozienti – Teorema Fondamentale di Omomorfismo – operazioni sui sottomoduli - Teoremi di Isomorfismo - torsione - prodotto e somma diretti - Moduli liberi, basi - moduli liberi su un insieme - esistenza di basi per spazi vettoriali - equicardinalità di basi di uno spazio vettoriale - equicardinalità di basi di un modulo libero - Lemma di Nakayama - successioni esatte (di morfismi) - Prodotto (multi)tensoriale di moduli - restrizione ed estensione di scalari - Algebre, morfismi tra algebre - prodotto tensoriale di algebre commutative.

3 - ANELLI E MODULI DI FRAZIONI. Anelli di frazioni - proprietà universale degli anelli di frazioni - Moduli di frazioni - Ideali primi in un anello di frazioni.

4 - MODULI E ANELLI NOETHERIANI E ARTINIANI. Condizioni sulle catene in un insieme ordinato - moduli/anelli noetheriani o artiniani - serie di composizione - tutte le serie di composizione di un modulo hanno la stessa lunghezza - lunghezza finita = noetherianità & artinianità - il caso degli spazi vettoriali - noetherianità = finitezza dei sottomoduli - Anelli noetheriani e artiniani - criterio per noetheriano = artiniano - Teorema della Base di Hilbert - Teorema di Zariski - Teorema degli Zeri di Hilbert (forma debole) - varietà affini - Teorema degli Zeri di Hilbert (forma forte) – decomposizione primaria di ideali negli anelli noetheriani - Dimensione di Krull di un anello - caratterizzazione degli anelli artiniani - fattorizzazione degli anelli artiniani in anelli locali.

5 - MODULI SUI DOMINI A IDEALI PRINCIPALI (PID). Ogni sottomodulo di un modulo libero e libero - finitamente generato (=f.g.) & senza torsione = libero – ogni modulo f.g. si spezza in somma diretta di parte libera e sottomodulo di torsione - Decomposizione ciclica di un modulo f.g. tramite parte libera e divisori elementari - decomposizione ciclica di un modulo f.g. tramite parte libera e invarianti - relazione tra le due decomposizioni cicliche di un modulo t.f.g. – Applicazione all'anello degli interi Z : gruppi abeliani finitamente generati - Applicazione al caso dei moduli V sull'anello $k[x]$

(k campo): forme canoniche di matrici - decomposizione (additiva) di Jordan-Chevalley di un endomorfismo di V .

6 - LO SPETTRO PRIMO DI UN ANELLO. Richiami di topologia: spazi (ir)riducibili, componenti irriducibili, dimensione combinatoria – varietà affini in - spettro primo $\text{Spec}(A)$ di un anello A , varietà affini, topologia di Zariski, aperti principali - spettro massimale $\text{Specmax}(A)$ - Spec e funtoriale - Chiusura di un sottospazio, punti chiusi; punto generico di una varietà irriducibile - spettri di anelli artiniani - proprietà di compattezza, di separabilità, di (ir)riducibilità, di (s)connessione di spettri e varietà - $K\text{-dim}(A) = \dim(\text{Spec}(A))$ - componenti irriducibili e primi minimali - spazi topologici noetheriani - caratterizzazione degli anelli il cui spettro (come spazio topologico) sia noetheriano.

Testi consigliati.

M. F. Atiyah, I. G. Macdonald, "Introduzione a l'algebra commutative", Feltrinelli, Milano, 1981.

C.A. Finocchiaro, "Lo spettro primo di un anello", disponibile on-line.

S. Lang, "Algebra", revised Third Edition, Graduate Texts in Mathematics 211, Springer-Verlag New York, Inc, 2002.

J.S. Milne, "A Primer of Commutative Algebra", 2009. Disponibile gratuitamente a

<http://www.jmilne.org/math/xnotes/ca.html>

Obiettivi di apprendimento. Il corso punta a fornire agli studenti il linguaggio e gli strumenti fondamentali dell'algebra commutativa, con un occhio particolare (ma non esclusivo) alle applicazioni in geometria algebrica e in teoria delle rappresentazioni.

Modalità d'esame. Esame orale sul programma del corso.

Program. Rings, ideal, morphisms; basic notions and properties. Modules over a ring, morphisms (of modules), free modules; tensor product of modules; algebras over a ring. Rings and modules of fractions. Noetherian or Artinian modules and rings. Modules over principal ideal domains. The prime spectrum of a ring.

Learning objectives. The course aims to provide the students with the language and the main tools of commutative algebra, with a special (yet not restrictive) eye towards applications in algebraic geometry and representation theory.

Text books.

M.F. Atiyah, I.G. Macdonald, "Introduction to Commutative Algebra", Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1969 (also available on-line) .

C.A. Finocchiaro, "Lo spettro primo di un anello", available on-line.

S. Lang, "Algebra", revised Third Edition, Graduate Texts in Mathematics 211, Springer-Verlag New York, Inc, 2002.

J.S. Milne, "A Primer of Commutative Algebra", 2009. Freely available at

<http://www.jmilne.org/math/xnotes/ca.html>

Exam mode. Oral exam on the course program.

ALGEBRE DI OPERATORI - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/05 - 64 ore di lezione in aula

Prof. F. Fidaleo

Programma. Algebre di operatori

Algebre di Banach e C^* -algebre.

Spettro e calcolo funzionale.

Funzionali lineari positivi, stati e rappresentazioni; rappresentazione di Gelfand-Naimark-Segal (GNS).

Struttura delle C^* -algebre finito-dimensionali.

Algebre concrete di operatori su spazi di Hilbert: il teorema del bicommutante di J. von Neumann e le algebre di von Neumann (A_vN).

W-algebre: caratterizzazione in termine del preduale, identificazione delle algebre di von Neumann come W-algebre concrete.
 Algebre di operatori abeliane.
 Classificazione delle W^* -algebre
 Geometria delle proiezioni.
 Tracce normali fedeli semifinite.
 Classificazione delle W^* -algebre.
 Teoria modulare di Tomita
 Stati normali, fedeli e vettori ciclici e separanti su una AvN : operatore S di Tomita.
 Operatore e coniugazione modulare di Tomita.
 Pesi normali semifiniti fedeli: generalizzazione al caso non finito (cenni);
 rappresentazione standard di una W^* -algebra.
 Gruppi a un parametro di automorfismi normali e condizione di Kubo-Martin-Schwinger (KMS).
 Applicazioni
 Applicazioni della condizione di KMS alla Meccanica Statistica Quantistica.
 Applicazioni alla classificazione di Connes dei fattori di tipo III (cenni).
 Attese condizionate normali e fedeli, teorema di esistenza di Takesaki, generalizzazione di Accardi-Cecchini e applicazioni alla Probabilità Quantistica (cenni).

Testi consigliati. O. Bratteli, D. W. Robinson Operator algebras and quantum statistical mechanics I,II, Springer (paragrafi 2.1-2.5, 5.3.1).
 M. Takesaki: Theory of operator algebras I, Springer (paragrafi I1-5, I9,II1, III1-4, III1-3, V1-2).
 Stratila, L. Zsido, Lectures on von Neumann algebras, Abacus press (paragrafi 1, 3, 4, 5 e parte del 10).
 S Stratila, Modular theory in operator algebras, Abacus press (paragrafi 1,2, 9, 10).
 L. Accardi, C. Cecchini: Conditional expectations in von Neumann algebras and a theorem of Takesaki, J. Funct. Anal. 45 (1982), 245-273.

Obiettivi di apprendimento. Nonostante la vastità e la complessità delle tematiche inerenti alle algebre di operatori, il corso "Algebre di Operatori" si prefigge di fornire le nozioni basilari (ma non solo) nella maniera più semplice possibile, di questa affascinante disciplina che ha permesso di spiegare molti fenomeni della fisica moderna, e che ha avuto notevoli applicazioni a svariati campi della Matematica e della Fisica. La parte finale del corso provvederà a fornire alcune di queste stimolanti applicazioni.

Modalità d'esame. L'esame consisterà in una prova orale vertente ad accertare il grado di preparazione dello studente. Note: Il grado di approfondimento delle voci nell'ultima parte del corso (Applicazioni) sarà svolta compatibilmente col tempo a disposizione. Durante lo svolgimento del corso si cercherà di coinvolgere gli studenti in attività interattive (svolgimento di semplici esercizi, discussioni tenute da studenti in interazione col docente su argomenti chiave) che serviranno a facilitare lo studio e l'apprendimento.

Program. *Operator algebras:*

Banach algebras and C^* -algebras.

Spectrum and functional calculus.

Positive linear functionals, states and representations; representation of Gelfand-Naimark-Segal (GNS).

Structure of finite-dimensional C^* -algebras.

Concrete operator algebras acting on Hilbert spaces: Bicommutant Theorem by John von Neumann and von Neumann Algebras (vNA).

W*-algebras, characterisation in terms of the predual: von Neumann Algebras as concrete W*-algebras.

Abelian operator algebras.

Classification of W-algebras:*

Geometry of the projections.

Normal semifinite and faithful traces.

Classification of the W*-algebras.

Teoria modulare di Tomita:

Normal faithful states, and cyclic separating vectors on a vNA: Tomita's operator S.

Tomita's operator Delta and conjugation J.

One-parameter groups of normal automorphisms and Kubo-Martin-Schwinger (KMS) condition, Tomita's Theorem.

Normal semifinite and faithful weights: generalisation to the non sigma-finite case (shortly);

Standard representation of a W*-algebra, examples: matrix algebras, the algebra of all bounded operators B(H) acting on the Hilbert space H, infinite tensor products.

Applications:

Applications of the KMS condition to Quantum Statistical Mechanics.

Applications to Connes' classification of type III factors (shortly).

Normal faithful conditional expectations, Takesaki's existence theorem, generalisation by Accardi and Cecchini with applications to Quantum Probability (shortly).

Learning objectives. Despite wideness and complexity of the topic, the objective of the course "Operator Algebras" is to provide the basic tools (but not only) in the simplest possible way, of this fascinating matter which has allowed to explain many phenomena of modern physics and has remarkable applications to various fields of Mathematics and Physics. The final part of the course shall provide some of these stimulating applications.

Text books. (1) O. Bratteli, D. W. Robinson: Operator algebras and quantum statistical mechanics I,II, Springer (sections 2.1-2.5, 5.3.1).

(2) M. Takesaki: Theory of operator algebras I, Springer (sections I.1-5, I.9, II.1, II.1-4, III.1-3, V.1-2).

S. Stratila, L. Zsidó: Lectures on von Neumann algebras, Abacus press (sections 1, 3, 4, 5 and partially 10).

(4) S. Stratila: Modular theory in operator algebras, Abacus press (sections 1, 2, 9, 10).

(5) L. Accardi, C. Cecchini: Conditional expectations in von Neumann algebras and a theorem of Takesaki, J. Funct. Anal. 45 (1982), 245-273.

Exam mode. Oral exam.

Note. The topics in last part of the course (Applications) will be treated time permitting.

During the period of the lessons, the teacher will stimulate some interactive activities (e.g. resolutions/discussion of simple exercises, as well as short lectures on the main topics of the course) between the students and the teaching himself. Hopefully, this will contribute to improve the

ANALISI ARMONICA - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/05 - 64 ore di lezione in aula

Prof. A. Sorrentino

Programma. Serie di Fourier (trigonometriche ed in forma complessa): convergenza L2, puntuale ed uniforme. Ordine di infinitesimo dei coefficienti di Fourier. Fenomeno di Gibbs (tempo permettendo). Identità approssimate. Convoluzioni e nuclei di sommabilità (cenni). Trasformata di Fourier in L1 ed in L2. Trasformata di Fourier della derivata e della convoluzione. Teorema di inversione e teorema di Plancherel. Classe di Schwartz. La trasformata di Fourier nella classe di Schwartz. Classe di Paley-Wiener. Formula di somma di Poisson. Distribuzioni temperate e loro trasformata di Fourier

(trattazione completa o per cenni a seconda della disponibilità di tempo). Trasformata di Fourier di distribuzioni discrete e periodiche e relazione con la serie di Fourier. Campionamento. Teorema di Shannon. Aliasing. Trasformata di Fourier discreta e sue proprietà. Trasformata rapida di Fourier. Trasformata discreta dei coseni.

Obiettivi di apprendimento. Completa e profonda comprensione degli argomenti del corso, con la capacità sia di risolvere problemi, sia di presentare enunciati e dimostrazioni di tutti i risultati in maniera corretta e comprendendo perché le ipotesi sono necessarie. Lo studente deve acquisire una assimilazione matura dei contenuti ed essere in grado di applicarli ai corsi successivi, comprendendo perché le ipotesi sono necessarie. Lo studente deve acquisire una assimilazione matura dei contenuti.

Testi consigliati. M. Picardello, “Analisi armonica: aspetti classici e numerici” (disponibile online a http://www.mat.uniroma2.it/~picard/SMC/didattica/materiali_did/home_materiali_STM.html)

M. Picardello, “Analisi armonica: aspetti classici e numerici” (available online at http://www.mat.uniroma2.it/~picard/SMC/didattica/materiali_did/home_materiali_STM.html)

Modalità di esame. All’inizio e durante tutto il corso vengono verificate le conoscenze pregresse degli studenti; vengono somministrati 3 o più test intermedi, a scopo sia di orientamento sia di accertamento. L’esame finale avviene attraverso una prova scritta ed una orale, più una verifica dei prerequisiti. Può essere assegnata agli studenti la lettura individuale di piccole parti di altri libri o articoli, che poi gli studenti presentano sotto forma di seminario.

In presenza di studenti stranieri l’insegnamento si terrà in lingua inglese

Program. Fourier series: L2 convergence, pointwise and uniform convergence. Rate of decay of Fourier coefficients. Gibbs phenomenon (if there is time). Approximate identities. Convolutions and summation kernels (outline). Fourier transforms in L1 and L2. Fourier transform of derivatives and of convolution. The inversion theorem and the Plancherel theorem. The Schwartz class. Fourier transform on the Schwartz class. The Paley-Wiener class. Poisson summation formula. Tempered distributions and the Fourier transform (in detail or outline according to time availability). Fourier transform of discrete periodic distributions and connection with Fourier series. Uniform sampling. The Shannon sampling theorem. Aliasing. The Discrete Fourier Transform and its properties. The Fast Fourier Transform. The Discrete Cosine Transform.

Learning objectives. Full and complete understanding of the course’s topics. The students must be able to solve problems and to present all statements and proofs in full detail, and have a clear understanding of why the assumptions are needed. This understanding must be acquired in depth, with the capability of applying the contents to the contents of related courses.

Text book. M. Picardello, “Analisi armonica: aspetti classici e numerici” (disponibile online a http://www.mat.uniroma2.it/~picard/SMC/didattica/materiali_did/home_materiali_STM.html)

M. Picardello, “Analisi armonica: aspetti classici e numerici” (available online at http://www.mat.uniroma2.it/~picard/SMC/didattica/materiali_did/home_materiali_STM.html)

Exam mode. At the beginning and during all the development of the course, the students' are tested on their previous knowledge of the mathematical prerequisites; 3 or more intermediate tests are offered in order to point out 11 problems in understanding and also for the evaluation purpose: these tests that are taken into account for the final evaluation. Typically, the final exam is based upon a written test and a colloquium; the students may also be asked to develop small software packages to deal with the numerical aspects of the topics explained in the course, or else to read small parts of appropriate papers or books and present the results therein. Students who do not attend most of the lectures are not accepted at the exams.

ANALISI DI RETI - I Semestre - 6 CFU - settore INF/01 - 72 ore di lezione in aula

Prof. M. Di Ianni

Programma. Teoria dei grafi e delle reti sociali. Grafi, percorsi, connettività, distanza, ricerca; Chiusura triadica, importanza dei collegamenti deboli, struttura di rete in insiemi di grandi dimensioni, indici di centralità e partizionamenti; Omofilia e segregazione; Bilancio strutturale; Dinamiche nelle reti: modelli di popolazione. Cascate informative: il concetto "segui la massa", un modello di cascata, la regola di Bayes e le cascade; Effetti rete: economia con e senza gli effetti rete, il problema di El Farol Bar; Power Law e fenomeno rich-get-richer: la popolarità come un effetto rete, modelli rich-get-richer e la long tail; Dinamiche nelle reti: modelli strutturali. Comportamento a cascata: diffusione, cascate e cluster, il ruolo dei weak ties, capacità di una cascata; Il fenomeno Small-world: i sei gradi di separazione, modelli per lo Small-world; ricerca decentralizzata: modelli e analisi; Reti di Informazione: il World Wide Web Struttura del Web: reti di informazione, ipertesti e memoria associativa; Link analysis e ricerca nel Web: il problema del Ranking, Hubs e Authorities, il PageRank; Istituzioni e comportamento aggregato; Meccanismi di voto: decisioni di gruppo e preferenze individuali; sistemi di voto a maggioranza e posizionale; Teorema di impossibilità di Arrow; Teorema del Voto Mediano; Voto come forma di aggregazione dell'informazione: voto sincero e non sincero, la regola dell'unanimità e il problema del verdetto della giuria; voto sequenziale e cascate informative.

Obiettivi di apprendimento. Acquisizione di competenze nella definizione di problemi relativi alla gestione di relazioni fra grandi quantità di individui e nella loro soluzione.

Testi consigliati. David Easley, Jon Kleinberg, "Networks, Crowds, and Markets: Reasoning about a Highly Connected World", Cambridge University Press

Modalità di esame. Esame orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento si terrà in lingua inglese

Program. Graph theory and Social networks.

paths, connectivity, distance, search

Triadic closure, the role of weak ties, clusters,

centrality indeces and partitioning

Structural balance

Network dynamics: Population models.

Information cascades following the crowd, a cascade model, Bayes rule and cascades

Network effects: the El Farol Bar problem

Power Law and rich-get-richer phenomena: lpopularity as a network effect, rich-get-richer models, the long tail

Network dynamics: structural models.

Cascading behavior: diffusion, cascades and clusters, the role of weak ties, the cascade capacity

The Small-world phenomenon: six degrees of separation, modes for the Small-world; decentralized search: models and analysis

Information Networks: World Wide Web

Structure of the Web: rinformation networks, hypertext, associative memory

Link analysis and Web search: the problem of Ranking, Hubs and Authorities, PageRank

Institution and aggregate behavior

Voting: group decisions and individual preferences; voting systems: majority rule and positional voting; Arrow's impossibility theorem; Median Voter theorem

Voting as a form of information aggregation: insincere voting, Unanimity rule and Jury decisions; sequential voting and information cascades.

Learning objectives. Acquiring skills in defining problems related to managing relationships between large numbers of individuals and their solution.

Text books. David Easley, Jon Kleinberg, "Networks, Crowds, and Markets: Reasoning about a Highly Connected World", Cambridge University Press

Exam mode. Oral exam

CAM/I: TEORIA DELLA MISURA - I Semestre - 6 CFU - settore MAT/05 - 48 ore di lezione in aula - il corso prevede ore di tutorato

Prof. M. Bertsch

Programma. Obiettivi di apprendimento: Alla fine del corso gli studenti conosceranno i risultati più significativi della teoria generale della misura, anche come preparazione ad altri corsi della magistrale. Inoltre gli studenti saranno capaci di applicare alcuni risultati preliminari dell'analisi funzionale alla risoluzione di problemi che trattano concetti importanti quali la compattezza e la convergenza.

1. Teoria generale della misura

Motivazione (esempi di "insiemi non-misurabili" basati sull'assioma della scelta).

algebre, algebre di Borel, insiemi boreliani, algebre prodotto. Misure, spazio misurabile, spazio di misura, misure finite, infinite e semifinite, continuità monotona di una misura, misure complete, completamento. Misure esterne, insiemi misurabili. Teorema di Caratheodory. Estensione di una pre-misura su un'algebra a una misura su una algebra. Misure di Borel su \mathbb{R} : misura di Lebesgue-Stieltjes, approssimazione di insiemi boreliani dall'interno con compatti.

Misura di Lebesgue in \mathbb{R} (cenni), insieme di Cantor.

2. Teoria generale dell'integrazione

Funzioni misurabili e loro proprietà, funzioni di Borel, funzioni semplici, approssimazione di funzioni misurabili con funzioni semplici. Integrazione di funzioni non negative, teorema di convergenza monotona, lemma di Fatou. Integrali di funzioni reali e complessi e loro proprietà. Convergenza uniforme, puntuale, quasi ovunque, in misura, in L^1 , quasi-uniforme (teorema di Egorov). Teorema della convergenza dominata. Misure prodotto, classi monotone, teoremi di Fubini e di Tonelli. L'integrale di Lebesgue in \mathbb{R}^n (cenni).

3. La derivata di Radon-Nikodym; funzioni a variazione limitata in \mathbb{R}

Misure con segno, decomposizioni di Hahn e di Jordan, misure assolutamente continue, la continuità assoluta dell'integrale, teorema di Lebesgue-Radon-Nikodym, la decomposizione di Lebesgue, teorema e derivata di Radon-Nikodym. Misure complesse e loro variazione totale. Punti/insiemi di Lebesgue in \mathbb{R}^n , teorema di della derivata di Lebesgue e la sua applicazione al caso di misure di Borel regolari in \mathbb{R}^n . Funzioni di variazione limitata in \mathbb{R} , loro decomposizione di Jordan, variazione totale, positiva e negativa. Integrali di Lebesgue-Stieltjes, funzioni assolutamente continue, teorema fondamentale del calcolo per integrali di Lebesgue, la decomposizione di misure di Borel regolari in \mathbb{R}^n in parte discreta, assolutamente continua e singolare continua.

4. Elementi di topologia

Topologie, spazi topologici, base (di intorno) per una topologia, assiomi di numerabilità e di separazione, successioni convergenti, spazio topologico separabile.

Mappe continue, spazi omeomorfi, generazione di topologie deboli, topologie prodotto

e loro proprietà, spazi di funzioni limitate, lemma di Urysohn e teorema di estensione di Tietze per spazi normali, spazi di Tychonov. Reti e insiemi diretti, limiti e cluster points di reti, spazi (pre-)compatti e loro proprietà, compattezza per successioni. Spazi localmente compatti e LCH, lemma di Urysohn e teorema di estensione di Tietze per spazi LCH, funzioni a supporto compatto, gli spazi $C_c(X)$ e $C_0(X)$, topologia della convergenza uniforme sui compatti, spazi compatti, partizioni dell'unità. Teoremi di Tychonov e di Ascoli-Arzelà.

5. Elementi di analisi funzionale

Spazi vettoriali normati e di Banach, operatori lineari e loro limitatezza, norma dell'operatore. Funzionali lineari limitati, spazio duale, teorema di Hahn-Banach (casi reale e complesso, senza dimostrazione) con alcune applicazioni elementari. Il bidual, spazi riessivi. Spazi vettoriali topologici, spazi localmente convessi, reti di Cauchy, completezza, spazio di Fréchet, definizione e esempi di topologie generate da semi-norme, topologie deboli e deboli., teorema di Banach-Alaoglu per spazi vettoriali normati.

6. Gli spazi L_p .

Il caso che p è finito: disuguaglianza di Hölder, disuguaglianza triangolare, norma, completezza, densità delle funzioni semplici.

Il caso che p è infinito.

Un primo teorema di interpolazione, il duale di L_p se p è finito, L_p è riflessivo se p è finito e maggiore di 1.

Disuguaglianza di Chebyshev, criterio necessario e sufficiente (di Fréchet-Kolmogorov) per la precompattezza di sottoinsiemi di L_p .

7. Misure di Radon su spazi LCH.

Funzionali lineari positivi su $C_c(X)$, misura di Radon, teorema di rappresentazione di Riesz.

Regolarità di misure di Radon, densità delle funzioni continue a supporto compatto in L_p se la misura di riferimento è di Radon, teorema di Lusin.

Misura di Radon con segno o complessa. Il duale di $C_0(X)$.

La topologia debole sullo spazio delle misure di Radon complesse.

Approssimazione di funzioni in L_p con funzioni lisce tramite mollificatori.

Obiettivi di apprendimento. Lo studente dovrà apprendere la teoria della misura, sapendo usare gli strumenti da essa forniti, in particolare saper riconoscere vari casi particolari e risolvere esercizi di vario tipo.

Testi consigliati. H. Royden, Real Analysis; W. Rudin, Real and Complex Analysis

Modalità di esame. Prova scritta e prova orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.

Program. 1. General measure theory Motivation (examples of "non measurable sets", based on the axiom of choice). algebras, Borel algebras, Borel sets, product algebra. Measures, measurable space, measure space, finite, in-finite e semi-finite measures, continuity of measures wrt monotone sequences of sets, complete measures, completion. External measures inmeasurable sets. Carathéodory's Theorem. Extension of a premeasure on an algebra to a measure on a algebra. Borel measures on \mathbb{R} : Lebesgue-Stieltjes measures, approximation of Borel sets by compact sets from inside. Lebesgue measure in \mathbb{R} , Cantor set.

2. General integration theory

Measurable functions and their properties, Borel functions, simple functions, approximation of measurable functions by simple functions. Integration of nonnegative functions, Monotone Convergence Theorem, Fatou's Lemma. Integrals of real and complex functions and their properties. Uniform, pointwise, almost everywhere, quasi-uniform convergence (Egorov's Theorem), convergence in measure and in L^1 .

Dominated Convergence Theorem. Product measures, monotone classes, Fubini's and Tonelli's Theorem. Lebesgue integral in \mathbb{R}^n .

3. The Radon-Nikodym derivative; BV functions in \mathbb{R}

Signed measures, Hahn decomposition, Jordan decomposition, absolutely continuous measures, absolute continuity of integrals, Lebesgue-Radon-Nikodym's Theorem,

Lebesgue's decomposition, the Radon-Nikodym derivative. Complex measures and their total variation. Lebesgue points and Lebesgue sets in \mathbb{R}^n , Lebesgue's derivative theorem and its application to regular

Borel measures in \mathbb{R}^n . BV functions in \mathbb{R} , their Jordan decomposition and total variation. Lebesgue-Stieltjes integrals, absolutely continuous functions, fundamental integration theorem for Lebesgue integrals, decomposition of regular Borel measures in \mathbb{R}^n in discrete, absolutely continuous and singular parts.

4. Elements of topology

Topologies, topological spaces, (neighborhood-) base for a topology, countability and separability axioms, convergent sequences, separable topological spaces. Continuous maps, homeomorphisms, generation of weak topologies, product topologies and their properties, spaces of bounded functions, Urysohn's Lemma and Tietze's

Extension Theorem for normal spaces, Tychonov spaces. Nets and directed sets, limits and cluster points of nets, (pre)compact spaces and their properties, sequential compactness. Locally compact and LCH spaces, Urysohn's Lemma and Tietze's

Extension Theorem for LCH spaces, compactly supported functions, the spaces

$C_c(X)$ and $C_0(X)$, topology of uniform convergence on compact sets, compact spaces, partition of unity. Tychonov's Theorem and the Ascoli-Arzelà Theorem.

5. Elements of functional analysis

Normed vector spaces, Banach spaces, linear operators, bounded linear operators and their norm.

Bounded linear functionals, dual spaces, the Hahn-Banach

Theorem (real and complex version, without proof) and some elementary applications.

Bidual, reflexive spaces. Topological vector spaces, locally convex spaces,

Cauchy nets, completeness, Fréchet spaces, definition and examples of topologies generated by seminorms, weak and weak* topologies, the Banach-Alaoglu Theorem for normed vector spaces.

6. The spaces L_p .

The case the p is finite: Hölder's Inequality, triangular inequality, norm, completeness, density of simple functions.

The case that p is infinite.

A first interpolation theorem, the dual of L_p for finite values of p , L_p is reflexive if p is finite and greater than 1. Chebyshev's Inequality, a necessary and sufficient condition for the precompactness of subsets L_p (the Fréchet-Kolmogorov Theorem).

7. Radon measures on LCH spaces.

Positive Linear Positive on $C_c(X)$, Radon Measurement, Riesz Representation Theorem.

Regularity of Radon measurements, density of continuous functions with compact support in L_p if the reference measure is of Radon, the theorem of Lusin.

Radon measure with sign or complex. The dual of $C_0(X)$.

The weak topology $*$ on the space of complex Radon measurements.

Approximation of functions in L_p with smooth functions via softeners.

Learning objectives. At the end of the course the students should know the most important results from general measure theory, also as a preparation to other courses. In addition the students should be able to apply some preliminary results from functional analysis to solve problems which treat important issues as compactness and convergence.

Text books. H. Royden, Real Analysis; W. Rudin, Real and Complex Analysis

Exam mode. Written and oral exam

CAM/2: INTRODUZIONE ALL'ANALISI FUNZIONALE - II Semestre - 6 CFU - settore MAT/05 - 48 ore di lezione in aula - il corso prevede ore di tutorato

Prof. D.Guido

Programma. Spazi di Banach

Definizioni ed esempi -Spazi normati finito-dimensionali

Operatori limitati su uno spazio normato

Spazio duale ed esempi

Quozienti e somme dirette di spazi normati e loro duali

Teorema di Hahn-Banach e conseguenze

Spazi di Hilbert

Basi ortonormali ed esempi

Sistema trigonometrico e serie di Fourier in $L^2(T)$

Spazi vettoriali topologici e topologie deboli

Topologia debole e topologia *debole

Teorema di Banach-Alaoglu

Operatori lineari continui tra spazi di Banach

Principio dell'uniforme limitatezza

Teorema dell'applicazione aperta, e teorema del grafico chiuso

Operatori limitati su uno spazio di Hilbert

Operatore aggiunto

Teoria spettrale e operatori compatti

Spettro di un operatore

Operatori compatti e operatori di rango finito

Teoria di Riesz-Schauder e teorema dell'alternativa di Fredholm

Teorema spettrale per operatori compatti autoaggiunti

Obiettivi di apprendimento. Il corso si propone di illustrare alcuni concetti base dell'analisi funzionale. L'obiettivo è quello di rendere lo studente capace di elaborare tali concetti in maniera critica e di acquisire le conoscenze necessarie per risolvere con rigore i problemi proposti.

Testi consigliati. J. B. Conway - A course in functional analysis (1990,2ed), Springer, New York. M. Reed, B. Simon - Methods of Modern Mathematical Physics 1 (1980,2ed), Academic Press, San Diego

Modalità di esame. La preparazione dello studente sarà verificata tramite il superamento di una prova scritta ed una prova orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.

Program. *Banach spaces*

Definitions and examples

Finite-dimensional vector spaces

Bounded Operators on normed spaces

Dual Space, examples

Quotients and direct sums of normed spaces, dual space

Hahn-Banach theorem and its main consequences

Hilbert spaces

Orthonormal bases, examples

Trigonometric system and Fourier series in $L^2(T)$

Topological vector spaces and weak topologies

Weak and weak*-topologies

Banach-Alaoglu theorem

Bounded linear operators on Banach spaces.

Uniform boundedness principle

Open mapping theorem and closed graph theorem

Bounded operators on Hilbert spaces

Adjoint of an operator

Spectral theory and compact operators.

Spectrum of an operator

Compact operators and finite rank operators

Riesz-Schauder theory and Fredholm alternative

Spectral theorem for compact self-adjoint operators

Learning objectives. In this course we intend to illustrate some basic concepts of functional analysis. The goal is to allow students to critically elaborate on such concepts, and to be able to solve, in a rigorous way, the problems proposed in the course.

Exam mode. The qualification of the student will be tested via a written and an oral exam.

CANI: MODELLIZZAZIONE GEOMETRICA E SIMULAZIONE NUMERICA

I Semestre - 8 CFU - settore MAT/08 - 64 ore di lezione in aula

Prof. C. Manni, Prof. H. Speleers

Programma. Il corso fornisce un'introduzione alla costruzione ed alle proprietà delle funzioni spline nonché al loro utilizzo nell'ambito della grafica computerizzata, della progettazione del trattamento numerico di equazioni differenziali alle derivate parziali.

Argomenti: Polinomi di Bernstein e curve di

Bézier. B-spline: costruzione, proprietà analitiche e geometriche. Totale positività e sue conseguenze.

Curve e superfici B-spline. Curve e superfici NURBS. Proprietà di approssimazione di spazi spline.

Trattamento di problemi ellittici multidimensionali: fondamenti del metodo degli elementi finiti e dell'analisi isogeometrica

Obiettivi di apprendimento. Conoscenza di base delle funzioni splines e di alcune loro applicazioni salienti.

Testi consigliati. Saranno distribuite dispense complete redatte dal docente.

C. de Boor, A practical Guide to Splines, Springer 2001

Modalità di esame. Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese

Program. The course provides an introduction to spline functions and to their use in geometric modeling and numerical treatment of partial differential equations.

Contents: Bernstein polynomials and Bezier curves. B-splines:

definition and analytic properties. Geometric properties of B-splines. NURBS.

Approximation properties of splines. Total positivity. Optimal bases. Tensor-product splines.

Applications in the context numerical treatment of multivariate elliptic problems.

Learning Objectives. The course provides an introduction to construction and main properties of B-splines both from the analytic and geometric point of view. These functions are the key mathematical tools in several application fields ranging from Computer Graphics to the numerical treatment of PDEs (Isogeometric Analysis).

Exam mode. Oral exam.

CAN2 - Complementi di Analisi Numerica 2

II Semestre – 8 CFU – settore MAT/08 – 64 ore di lezione in aula

Prof. Daniele Bertaccini

Programma. Richiami di algebra lineare. Note storiche sui metodi per la soluzione di sistemi di equazioni lineari. Le matrici sparse. Memorizzazione di matrici sparse e calcolo parallelo.

Metodi diretti per matrici sparse. Metodi iterativi di tipo stazionario. I metodi di tipo proiettivo: descrizione, analisi, prestazioni e algoritmi CG, GMRES, BiCGstab(1). Tecniche di preconditionamento. Precondizionamento con fattorizzazioni incomplete. Cenno alle fattorizzazioni inverse incomplete e agli aggiornamenti. Precondizionamento con algebre di matrici. Metodi per problemi agli autovalori di grande dimensione con matrici sparse. Applicazioni a problemi di fluidodinamica, image restoration, finanza matematica.

Obiettivi di apprendimento. Lo studente conoscerà i principali metodi per la soluzione di problemi di grandi dimensioni per i principali problemi di algebra lineare numerica. Particolare attenzione verrà posta sull'analisi di convergenza, sulla stabilità numerica e sull'analisi della complessità computazionale delle tecniche presentate.

Testi consigliati. D. Bertaccini, C. Di Fiore, P. Zellini, *Complessità e Iterazione*, Boringhieri, 2013.

Modalità di esame. Esame orale o tesina

Program. Brisk review of linear algebra. Historical notes on methods for solving systems of linear equations. The sparse matrices. Storing sparse matrices and parallel computing.

Direct methods for sparse matrices. Iterative methods of stationary type.

Projective methods: description, analysis, and performance algorithms CG, GMRES, BiCGstab (1).

Preconditioning techniques. Preconditioning with incomplete factorization. Incomplete inverse factorizations and inexact updates of matrices. Preconditioning with algebra of matrices. Methods for eigenvalue problems of large dimension. Applications to fluid dynamics problems, image restoration, mathematical finance.

Learning objectives. The student will know the main methods for large problems OF numerical linear algebra. Particular attention will be placed on the analysis of convergence, on the numerical stability and on the analysis of the computational complexity of the presented techniques.

Text book. D. Bertaccini, C. Di Fiore, P. Zellini, *Complessità e Iterazione*, Boringhieri, 2013.

Exam mode. Oral examination or dissertation

CHIMICA GENERALE – I Semestre – 8 CFU – CHIM/03 – 64 ore di lezione in aula

Prof. S. Piccirillo.

Programma. La struttura dell'atomo. Sistema periodico degli elementi. Legame chimico (ionico, covalente, metallico). Forze intermolecolari e legame a idrogeno. Stato della materia. Rapporti ponderali nelle reazioni chimiche. Numero di ossidazione. Bilanciamento delle reazioni chimiche. Termodinamica. Funzioni di stato. Equilibri tra fasi. Equilibri chimici omogenei ed eterogenei. La costante di equilibrio termodinamico. Equilibri di solubilità. Dissociazione elettrolitica. Soluzioni e proprietà colligative. Equilibri acido-base in soluzione acquosa: pH, idrolisi, soluzioni tampone, indicatori. Sistemi ossidoriduttivi: potenziali elettrodi, pile, equazione di Nernst, elettrolisi, legge di Faraday.

Obiettivi di apprendimento. Apprendimento dei principi basilari della Chimica, in termini di conoscenza delle proprietà generali degli elementi, dei legami che definiscono la struttura dei composti e delle leggi fondamentali che ne regolano le trasformazioni chimiche e fisiche. Esercitazioni pratiche volte alla comprensione dei concetti esposti durante le lezioni frontali.

Testi consigliati. I. Bertini, C. Luchinat, F. Mani, "Chimica", Casa editrice Ambrosiana

P. W. Atkins, L. Jones "Principi di Chimica", Casa Editrice Zanichelli.

M. Speranza "Chimica Generale e Inorganica" EdiErmes

Modalità di esame. Prova scritta e prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese

Program. Atomic structure. Periodic table of the elements. Chemical bonding (ionic, covalent, metallic). Intermolecular forces and hydrogen bonding. State of matter. Weight relations in chemical reactions. Oxidation number. Balance of chemical reactions. Thermodynamics. State functions. Equilibrium between phases. Homogeneous and heterogeneous chemical equilibria. The thermodynamic equilibrium constant. Solubility equilibria. Electrolytic dissociation. Solutions and colligative properties. Acid-base equilibria in aqueous solution: pH, hydrolysis, buffer solutions, indicators. Redox systems: electrode potentials, batteries, Nernst equation, electrolysis, Faraday's law

Learning objectives. Knowledge of the basic concepts and principles of chemistry, as concerns the comprehension of the general properties of the elements, of the chemical bonding defining compounds structure and of the fundamental laws that govern chemical and physical transformation of matter. Practical exercises aimed to a deeper understanding of the concepts presented during the lectures.

Text books. I. Bertini, C. Luchinat, F. Mani, "Chimica", Casa editrice Ambrosiana

P. W. Atkins, L. Jones "Principi di Chimica", Casa Editrice Zanichelli.

M. Speranza "Chimica Generale e Inorganica" EdiErmes

Exam mode. Written exam.

CODIFICA E COMPRESSIONE DI SEGNALI E IMMAGINI - II Semestre - 8 CFU - settore INF/01 - 64 ore di lezione in aula

Prof. D. Vitulano

Programma. Motivazione e richiami storici sulla compressione. Classificazione delle tecniche di compressione. Parametri utili per la compressione. Concetto di entropia e definizione di entropia in Teoria dell'informazione. Proprietà matematiche dell'entropia. Entropia congiunta, entropia condizionata, chain rule e loro proprietà matematiche. Legame tra entropia e compressione. Definizione e proprietà matematiche della distanza di Kullback-Leibler. Definizione e proprietà matematiche della mutua informazione. Codici a lunghezza variabile. Codici non singolari, univocamente decodificabili e istantanei. Disuguaglianza di Kraft e disuguaglianza estesa di Kraft. Cenni sui moltiplicatori di Lagrange. Primo teorema di Shannon (Noiseless source coding theorem). Definizione di distribuzione di probabilità diadica. Primo teorema di Shannon per un processo stocastico stazionario. Teorema di McMillan. Ottimalità del codice di Shannon e teoremi annessi. Definizione di efficienza e ridondanza di un codice. Codice di Fano-Shannon ed esempi. Relazione tra entropia di una sorgente e il suo alfabeto. Teorema dell'independence bound dell'entropia. Codice di Huffman, esempi, proprietà e implementazione in matlab. Alberi a minima varianza. Ottimalità: Huffman versus Shannon. Ottimalità del codice di Huffman. Varianti al codice di Huffman: Huffman troncato. Binary shift code, Huffman shift. Arithmetic coding: definizione, proprietà, ottimalità ed esempi. Cenni sull'implementazione dell'arithmetic coding a precisione finita. Cenni sulla codifica universale: codice FGK. Proprietà di sibling di un albero e Teorema di Gallager. Conseguenze del teorema di Gallager. Huffman adattivo a tabella. Cenni sul codice di Vitter. Dictionary coding. LZ77, ottimalità di LZ77, LZ78 e LZW. Teoria della complessità di Kolmogorov. Teoremi sul legame tra la complessità di Kolmogorov e entropia. Definizione e teoremi sulla probabilità universale. Teoremi sul legame tra probabilità universale e complessità di Kolmogorov. Cenni su trasformate tempo-frequenza e loro applicazioni nella elaborazione di segnali e immagini. Cenni su: Trasformata di Fourier, Short time Fourier Transform, Trasformata wavelet continua, Trasformata Wavelet discreta, Trasformata wavelet 2D, e loro applicazioni con esempi in matlab. Codifica irreversibile per trasformata.

Quantizzazione scalare e vettoriale. Definizione, proprietà ed esempi di quantizzazione scalare. Teoria dell'high bit rate coding. Entropia differenziale e proprietà. Disuguaglianza di Jensen e sue conseguenze. Bit allocation ottima con e senza trasformata. Distorsione pesata. Cenni sulla quantizzazione non uniforme. Compandor e teorema di esistenza di un compandor. Mu-law e A-law. Cenni sullo standard G-711. Definizione di significance map. Definizione di space filling curve: Peano e Hilbert. Run-length 1-D e 2-D. Curva rate-distortion in ipotesi di alta risoluzione. Teoria della low bit rate coding. Teorema sul legame tra il decadimento dello spettro di Fourier e regolarità di Lipschitz. Teoremi sul legame tra il decadimento (in scala) del modulo dei coefficienti wavelet e regolarità locale di Lipschitz. Proprietà di sparsità di una base. Soft e hard thresholding. Curva rate-distortion per funzioni in spazi di Besov. Teorema di Falzon-Mallat. Cenni sulle basi adattive. Matching pursuit. Base di Karhunen-Loeve e diagonalizzazione della matrice di covarianza. Codifica JPEG e implementazione in matlab. Codifica zero-tree. Codifica JPEG2000. Metodo dei minimi quadrati: caso lineare, caso generale (metodo di Gauss) ed esempi in matlab. Cenni su spazi metrici e funzioni contrattive. Teorema delle contrazioni. Definizione e proprietà della distanza di Hausdorff e dello spazio dei frattali. Teorema sulla completezza dello spazio dei frattali. Teoria dei sistemi di funzioni iterate: teoremi, esempi e prove in matlab di funzioni frattali. Teoria dei partitioned iterated functions systems. Codifica frattale. Cenni sulla codifica video. Codifica MPEG1. Cenni sulla stima del movimento. Block matching ed esempi in matlab. Phase correlation ed esempi in matlab. Linear prediction coding: codifica lossless, lossy e delta modulation.

Obiettivi di apprendimento. L'obiettivo del corso è quello di fornire una panoramica dei principi teorici e dei metodi di codifica di segnali, immagini e video. Particolare attenzione sarà rivolta allo sviluppo di algoritmi relativi ai più noti standard di codifica e alla relativa implementazione in matlab.

Testi consigliati. Thomas M. Cover, Joy A. Thomas (Author), Elements of Information Theory, Wiley Series in Telecommunications and Signal Processing, Hardcover – August 26, 1991. D. Salomon, Data Compression: The Complete Reference, Springer, 4th ed. 2007. S. Mallat, A Wavelet Tour of Signal Processing, Academic Press, 1999.

Modalità di esame. L'esame consiste in una prova scritta e una prova orale. La prova scritta sarà di norma costituita da 5 esercizi riguardanti sia l'applicazione di modelli e metodi acquisiti nel corso che di quesiti teorici.

Program. Signal and Image Coding and Compression

Syllabus

- Motivation and history of data compression
- Classification of coding techniques
- Some useful parameters for compression
- Definition of entropy in Information Theory
- Mathematical properties of entropy
- Joint entropy, conditional entropy, chain rule and their mathematical properties
- Link between entropy and compression
- Definition and properties of Kullback-Leibler divergence
- Definition and properties of mutual information
- Variable length codes
- Non singular, uniquely decodable and instantaneous codes
- Kraft inequality and extended Kraft inequality
- Basic notions about Lagrange Multipliers
- (Shannon) Noiseless source coding theorem
- Noiseless source coding theorem for a stationary stochastic process
- McMillan Theorem

- Optimality of Shannon code and some related theorems
- Definition of code efficiency and code redundancy
- Fano-Shannon code and some examples
- Link between source entropy and its alphabet
- Theorem of entropy independence bound
- Huffman code and examples (matlab)
- Minimal variance trees
- Optimality: Huffman versus Shannon
- Optimality of Huffman code
- Some variants to Huffman code: truncated Huffman
- Binary shift code, Huffman shift
- Arithmetic coding: definition, properties and optimality
- Basic notions about finite precision arithmetic coding
- Basic notions about universal coding: FGK
- Tree sibling property and Gallager theory
- Adaptive Huffman (table)
- Basic notions on Vitter code
- Dictionary coding
- LZ77, optimality of LZ77, LZ78 and LZW
- Kolmogorov complexity theory
- Some theorems on the link between Kolmogorov complexity and entropy
- Definition and theorems on universal probability
- Theorems on link between universal probability and Kolmogorov complexity
- Basic notions on time-frequency transforms and their applications to signal processing
- Basic notions on: Fourier Transforms, Short time Fourier Transform, Continuous wavelet transform, Discrete wavelet transform, 2D Wavelet Transform, their applications and examples in matlab
- Transform lossy coding
- Scalar and vectorial transform
- Definition, properties and examples of scalar quantization
- High bit rate coding theory
- Differential entropy and its properties
- Jensen inequality
- Optimal bit allocation with or without transform
- Weighted distortion
- Basic notions on non uniform quantization
- Compandor: existence theorem
- Mu-law and A-law
- Basic notions on G-711 standard
- Definition of significance map
- Definition of space filling curve: Peano and Hilbert examples
- 1-D and 2-D Run-length
- Rate-distortion curve under high bit rate coding hypothesis
- Low bit rate coding theory
- Theorems on Fourier coefficients decay and Lipschits local regularity
- Theorems on wavelet coefficients decay and Lipschits local regularity
- Basis sparsity
- Soft and hard thresholding
- Rate-distortion curve for functions belonging to Besov spaces

- Falzon-Mallat theorem
- Basic notions on adaptive bases
- Matching pursuit
- Karhunen-Loeve basis and diagonalization of covariance matrix
- JPEG (and matlab implementation)
- Zero-tree coding
- JPEG2000
- Least squares method: linear case, general case (Gauss method) and examples in matlab
- Basic notions of metric spaces and contractive functions
- Banach theorem
- Definition and property of Hausdorff distance and space of fractals
- Theorem of completeness of space of fractals
- Iterated functions systems theory: Theorems, examples and tests in matlab
- Partitioned iterated functions systems theory
- Fractal coding
- Basic notions about Video coding
- MPEG1
- Basic notions about motion estimation
- Block matching and examples in matlab
- Phase correlation and examples in matlab
- Linear prediction coding: lossless coding, lossy and delta modulation

Learning objectives. This course provides the basic knowledge of theory and methods for signal, image and video coding.

Particular attention will be devoted to the basic coding algorithms and their Matlab implementation.

Text books. - T. M. Cover, J. A. Thomas, Elements of Information Theory, John Wiley & Sons

- D. Salomon, Data Compression, Springer

- R. C. Gonzalez, R. E. Woods, Digital Image Processing, Prentice Hall

- S. Mallat, A Wavelet Tour of Signal Processing, Academic Press

Exam mode. The final exam consists of written and oral examinations. The written examination consists of 5 exercises concerning both theoretical and practical aspects of coding methods.

COMPLEMENTI DI FISICA - I Semestre - 8 CFU - settore FIS/01 - 64 ore di lezione in aula

Prof. V. Merlo

Programma. Prerequisiti: è auspicabile una conoscenza di base della meccanica analitica (formalismo lagrangiano e hamiltoniano) e di meccanica statistica classica.

Fondamenti della meccanica statistica classica. Teoria degli ensemble, teorema di Liouville.

Ensemble microcanonico, funzioni termodinamiche, gas perfetto, paradosso di Gibbs. Ensemble canonico e gran canonico, funzioni di partizione, applicazioni elementari; gas perfetto, fluttuazioni dell'energia, equipartizione, paramagnetismo classico, gas di Van der Waals

Postulati della meccanica quantistica. Equazione di Schroedinger, proprietà generali: stati stazionari, proprietà nel caso 1-dimensionale, sistema a due stati, barriere e buche di potenziale, effetto tunnel.

Oscillatore armonico lineare. Momento angolare. Equazione di Schroedinger in coordinate sferiche:

moto in un campo centrale, atomo di idrogeno, formula di Bohr. Spin: matrici di Pauli, elettrone

in un campo magnetico, esperimento di Stern e Gerlach. Teoria delle perturbazioni. Metodo variazionale. Struttura fine dell'atomo di idrogeno, interazione spin orbita. Particelle identiche.

Gas quantistici e loro proprietà; statistica di Fermi-Dirac e Bose-Einstein. Gas di Fermi degenerare e quasi-degenerare, funzioni termodinamiche. Gas di Bose: radiazione di corpo nero, condensazione di Bose.

Obiettivi di apprendimento. Acquisire le conoscenze di base di meccanica quantistica in modo da poter affrontare la soluzione di problemi di fisica moderna.

Modalità di esame. L'esame consiste in una prova scritta di screening su argomenti svolti durante il corso, al superamento della quale lo studente espone una tesina orale concordata con il docente e avente come oggetto un nuovo argomento di interesse per lo studente.

I testi saranno comunicati dal docente all'inizio del corso.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese

Program. Fundamentals of classical statistical mechanics. Liouville theorem, ensemble theory. The microcanonical ensemble, thermodynamics, Gibbs paradox. Canonical and grand canonical ensembles, partition function, elementary examples: energy fluctuations, equipartition, classical paramagnetism, the van der Waals gas. The postulates of quantum mechanics. The Schrödinger equation, classical limit, probability conservation, stationary states; properties in 1-dim, the two-state system, the infinite square well, the delta function potential, the finite square well, the symmetrical potential barrier, reflection and transmission coefficients, tunnelling. The linear harmonic oscillator: the analytical vs algebraic method, a and a^+ ladder operators. Angular momentum, commutation relations, L_+ , L_- ladder operators, eigenstates, Legendre polynomials. The Schrödinger equation in spherical coordinates, separation of variables, the radial equation; motion in a central field, bound states; the Hydrogen atom, Laguerre polynomials, level spacing according to Bohr. Spin: commutation relations, eigenstates; electron spin, Pauli matrices; the electron in a magnetic field, precession, quantum description of the Stern-Gerlach experiment.

Time-independent perturbation theory. Fine structure of the hydrogen atom, relativistic mass correction, spin-orbit correction. The variational principle and some elementary applications.

Basic notions of the atomic structure, hydrogen-like atoms; identical particles, bosons and fermions, exchange forces. Quantum gases, Fermi-Dirac and Bose-Einstein statistics. Degenerate and quasi-degenerate Fermi gas, thermodynamics. Bose gas: Black body radiation, Bose-Einstein condensation.

Learning objectives. The course is tailored to offer an essential knowledge of both statistical and quantum mechanics, intended to tackle more advanced problems in modern physics.

Text books. All the information will be given at the beginning of the course

Exam mode. First comes a screening written test based on the topics covered during the term; then an oral exam takes place, where the student is required to discuss a new subject previously agreed upon.

COMPLEMENTI DI PROBABILITÀ - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/06 - 64 ore di lezione in aula

Prof. A. Calzolari

Programma. Spazi di probabilità astratti. Indipendenza. Legge 0-1 di Kolmogorov. Lemma di Borel-Cantelli. Convergenza quasi certa. Disuguaglianze di convessità. Convergenza in probabilità. Legge dei grandi numeri. Funzioni caratteristiche. Convergenza in legge. Aspettazione condizionale. Martingale a tempo discreto.

Obiettivi di apprendimento. Applicazione della teoria della misura ai fondamenti del Calcolo delle Probabilità e introduzione allo studio delle martingale.

Testi consigliati. Probability with martingales, D. Williams. Probability and measure, P. Billingsley.

Modalità di esame. Prova scritta e orale

Program. Probability spaces. Independence. Kolmogorov's 0-1 law. Borel-Cantelli Lemma. Almost sure convergence and convergence in probability. Law of large numbers. Characteristic functions. Weak convergence. Conditional expectation. Martingales in discrete time.

Learning objectives. The teaching aims to show how measure theory applies to set the basis of Probability Theory and to introduce to martingale theory.

Text books. Probability with martingales, D. Williams. Probability and measure, P. Billingsley

Exam mode. Write and oral exam.

COMPLEMENTI DI TOPOLOGIA ALGEBRICA - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/03 - 64 ore di lezione in aula

Prof. P. Salvatore

Programma. Richiami sull'omologia; coomologia, gruppi di omotopia, spazi di Eilenberg-MacLane, fibrazioni, spazi dei lacci, omotopia razionale, applicazioni geometriche.

Obiettivi di apprendimento. Approfondire la conoscenza dei metodi di topologia algebrica e studiare alcune applicazioni geometriche.

Testi consigliati. Griffiths and Morgan, Rational homotopy theory and differential forms.

Modalità di esame. Esame orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese

Program. Recollections on homology; cohomology, homotopy groups, Eilenberg-MacLane spaces, fibrations, loop spaces, rational homotopy, geometric applications.

Learning objectives. To deepen the knowledge of algebraic topology and to study some geometric applications.

Text book. Griffiths and Morgan, Rational homotopy theory and differential forms.

Exam mode. Oral examination at the end of the course

EAM/I: TEORIA SPETTRALE - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/05 - 64 - ore di lezione in aula

Prof. R. Longo

Programma. Prerequisiti. Spazi di Banach, duale e topologia forte, debole e *-debole. Principio dell'uniforme limitatezza. Funzioni analitiche a valori spazi di Banach. Teorema di Tychonoff. Teorema di Alaoglu.

1. Algebre di Banach. Insieme risolvente e spettro di un elemento. Teorema di Mazur. Analicità del risolvente. Lo spettro di un elemento è compatto non-vuoto. Analicità del risolvente e serie di Neumann. Formula del raggio spettrale.
2. Algebre di Banach commutative. Ideali massimali. Caratteri e spettro di un'algebra di Banach commutative. Caso di un'algebra con identità generata da un elemento o da un numero finito di elementi, spettro congiunto. Teorema dello spectral mapping per polinomi. Spettro di un elemento in una sottoalgebra abeliana massimale o minimale.
3. Calcolo funzionale analitico. Teorema dello spectral mapping per funzioni analitiche. Caso di spettro disconnesso. Perturbazioni dello spettro, semicontinuità inferiore, esempi. Perturbazioni di proiettori.
4. Trasformazione di Gelfand. Elementi nilpotenti generalizzati. Caso dell'algebra $l^1(\mathbf{Z})$. Teorema dello spectral mapping per funzioni analitiche.

5. Algebre C^* . Algebre involutive e norme C^* . Lo spettro di un elemento autoaggiunto è reale; il raggio spettrale coincide con la norma. Lo spettro non dipende dalla sottoalgebra.
6. C^* -algebre commutative. Teorema di Gelfand-Naimark. Calcolo funzionale continuo. La categoria delle C^* -algebre abeliane con identità è duale alla categoria degli spazi compatti di Hausdorff.
7. Calcolo funzionale Boreliano. Il teorema spettrale per operatori autoaggiunti su uno spazio di Hilbert. Misure basiche e calcolo funzionale L^∞ .
8. Algebre di von Neumann. Teoremi di densità di von Neumann e di Kaplanski. Topologia debole e forte. Compattezza debole della palla unitaria. Algebre abeliane massimali e loro caratterizzazione su uno spazio di Hilbert separabile.
9. Stati e rappresentazioni di una C^* -algebra. Elementi positive, estensione di stati. La rappresentazione GNS. Caso dell'algebra $C(X)$. Operatori di allacciamento, sotto-rappresentazioni, rappresentazioni equivalenti e rappresentazioni disgiunte. Caso commutativo.
10. Il teorema di molteplicità spettrale. Rappresentazioni cicliche e rappresentazioni senza molteplicità (spazio di Hilbert separabile) di una C^* -algebra abeliana. Classificazione degli operatori autoaggiunti (o di rappresentazioni di una C^* -algebra abeliana) su uno spazio di Hilbert separabile.
11. Operatori illimitati. Operatori chiusi, chiudibili, aggiunti. Operatori simmetrici e autoaggiunti. Estensione di operatori simmetrici e trasformata di Cayley. Il problema dei momenti.

Obiettivi di apprendimento. Lo studente dovrà capire la struttura degli operatori lineari autoaggiunti e normali su uno spazio di Hilbert padroneggiando tecniche analitiche e algebriche.

Testi consigliati. J.B.Conway: A Course in Functional Analysis, Springer-Verlag. W. Arveson, An Invitation to C^* -Algebras

Modalità di esame. Prova orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese

Program. Banach spaces, dual space, strong, weak and weak* topology. Uniform boundedness principle. Analytic functions with values in a Banach space. Tychonoff theorem. Alaoglu theorem.

1. *Banach algebras.*

Resolvent set and spectrum of an element. Mazur theorem. Analyticity of the resolvent. The spectrum of an element is compact non-empty. Neumann series. Formula of the spectral radius.

2. *Commutative Banach algebras.*

Maximal ideals. Characters and spectrum of a commutative Banach algebra. Case of an algebra with identity generated by an element or by finitely many of elements, joint spectrum. The spectral mapping theorem for polynomials. Spectrum of an element in a minimal or maximal Abelian subalgebra.

3. *Analytic functional calculus.*

The spectral mapping theorem for analytic functions. Disconnected spectrum case. Perturbations of the spectrum, lower semicontinuity, examples. Perturbations of projectors.

4. *Gelfand transformation.*

Generalized nilpotent elements. Case of the $l^1(\mathbb{Z})$ algebra. The spectral mapping theorem for analytic functions.

5. *C^* -algebras.*

Involutive algebras and C^* norms. The spectrum of a self-adjoint element is real; the spectral radius coincides with the norm. The spectrum does not depend on C^* subalgebra.

6. *Commutative C^* -algebras.*

Gelfand-Naimark theorem. Continuous functional calculus. The category of Abelian C^* -algebras with identity is dual to the category of compact Hausdorff spaces.

7. *Borel functional calculus.*

The spectral theorem for self-adjoint operators on a Hilbert space. Basic measures and L^∞ functional calculation .

8. *von Neumann algebras.*

Density theorems of von Neumann and Kaplanski. Weak and strong operator topology. Weak compactness of the unit ball. Maximal Abelian subalgebras and their characterization on a separable Hilbert space.

9. *States and representations of a C^* -algebra.*

Positive elements, extension of states. The GNS representation. Case of the algebra $C(X)$. Intertwining operators, subrepresentations, equivalent representations and disjoint representations. Commutative case.

10. *The spectral multiplicity theorem.*

Cyclic representations and multiplicity free representations (separable Hilbert space) of an Abelian C^* -algebra. Classification of self-adjoint operators (or representations of an Abelian C^* -algebra) on a separable Hilbert space.

11. *Unbounded Operators.*

Closed operators, closable operators, adjoints. Symmetric and self-adjoint operators. Extensions of symmetric operators and Cayley transformation. The moment problem.

Learning objectives. The student will understand the structure of the linear, self-adjoint and normal operators on a Hilbert space by learning analytical and algebraic techniques.

Text books. G. Pedersen, *Analysis Now* W. Arveson, *An Invitation to C^* -Algebras*

J. B. Conway - *A Course in Functional Analysis*

Exam mode. Oral exam.

EAM/2: SPAZI DI SOBOLEV E SOLUZIONI DEBOLI - II Semestre - 8 CFU - 64 ore di lezione in aula

Prof. P. Cannarsa

Programma. Distribuzioni. Spazi di Sobolev. Disuguaglianze di Sobolev-Gagliardo-Nirenberg e di Morrey. Teorema di Rellich. Disuguaglianze di Poincaré. Lemma di Lax-Milgram. Formulazione variazionale dei problemi ai limiti ellittici mediante gli spazi di Sobolev: esistenza, unicità e regolarità delle soluzioni deboli. Principi di massimo. Teoria spettrale per il problema di Dirichlet. Semigrupp di operatori lineari e continui su spazi di Banach. Generatore infinitesimale. Teorema di Hille-Yosida. Semigrupp di contrazione e semigrupp compatti. Teoremi di perturbazione. Comportamento asintotico. Problema di Cauchy. Regolarità massimale. Applicazione alle equazioni del calore, delle onde e di Schrödinger

Obiettivi di apprendimento. Acquisire familiarità con i metodi moderni per lo studio delle equazioni differenziali alle derivate parziali lineari, utilizzando nozioni di funzioni generalizzate e tecniche di analisi funzionale. La comprensione di tali concetti, metodi e teorie, permetterà di affrontare anche contesti potenzialmente differenti da quelli visti a lezione.

Testi consigliati. H. Brezis, *Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations.* Springer, New York, 2011. L.C. Evans, *Partial differential equations.* Second edition. American Mathematical Society, Providence, RI, 2010. A. Pazy, *Semigroups of linear operators and applications to partial differential equations.* Springer-Verlag, New York, 1983.

Modalità di esame. Esame orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.

Program. Distributions. Sobolev spaces. The Sobolev-Gagliardo-Nirenberg and Morrey inequalities. Rellich's theorem. Poincaré's inequality. The Lax-Milgram lemma. Variational formulation of elliptic

boundary-value problems: existence, uniqueness, and regularity of weak solutions. Spectral theory for the Dirichlet problem. Semigroups of bounded linear operators on Banach spaces. Infinitesimal generator. The Hille-Yosida theorem. Contraction semigroups and compact semigroups. Perturbation theorems. Asymptotic behaviour. Solution of the Cauchy problem. Maximal regularity. Application to the heat, wave, and Schrödinger equation.

Learning objectives. To get familiar with modern methods for the study of linear partial differential equations, using generalized notions of function and functional analytic techniques. The comprehension of such concepts, methods, and theories will enable students to solve problems even in different contexts from those analyzed in class.

Text books. H. Brezis, Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations. *Springer, New York*, 2011. L.C. Evans, Partial differential equations. Second edition. *American Mathematical Society, Providence, RI*, 2010. A. Pazy, Semigroups of linear operators and applications to partial differential equations. *Springer-Verlag, New York*, 1983.

Exam mode. Oral exam.

ELEMENTI DI ANALISI NUMERICA

I Semestre - 8 CFU - settore MAT/08 - 64 ore di lezione in aula

Prof. C. Di Fiore

Programma. Polinomi e numeri di Bernoulli, la formula di Eulero-Mclaurin, tecniche di estrapolazione di Romberg. Metodi per il calcolo degli autovalori e degli autovettori di una matrice, la teoria di Perron-Frobenius per le matrici non negative, il problema del calcolo dell'autovettore pagerank, il metodo delle potenze. Risoluzione numerica di problemi differenziali ordinari e a derivate parziali, il metodo delle differenze finite. Per tutti questi argomenti si approfondiscono sia gli aspetti matematici che quelli algoritmici.

(Per un programma più dettagliato si veda www.mat.uniroma2.it/~difiore)

Obiettivi di apprendimento. Completamento di alcune conoscenze di base sull'analisi numerica, con approfondimento di argomenti particolari.

Testi consigliati. D. Bertaccini, C. Di Fiore, P. Zellini, Complessità e Iterazione - percorsi, matrici e algoritmi veloci nel calcolo numerico, Bollati Boringhieri, Torino, 2013

Modalità di esame. Prova scritta e orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.

Program. Bernoulli polynomials and numbers, Eulero-Mclaurin formula, Romberg extrapolation techniques. Methods for the computation of the eigenvalues and eigenvectors of a matrix, Perron-Frobenius theory for non-negative matrices, computing the pagerank eigenvector, the power method. Low complexity matrix algebras and applications. Numerical solution of ordinary and partial differential problems, the finite difference method. For all these subjects both mathematical and algorithmic aspects are investigated. (For a more detailed program see www.mat.uniroma2.it/~difiore)

Learning objectives. complete some of the basic knowledges on the Numerical Analysis, investigating some particular subjects.

Text books. D. Bertaccini, C. Di Fiore, P. Zellini, Complessità e Iterazione - percorsi, matrici e algoritmi veloci nel calcolo numerico, Bollati Boringhieri, Torino, 2013

Exam mode. Written and oral examination.

ELEMENTI DI PROBABILITÀ 1 - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/06 - 64 ore di lezione in aula

Prof. B. Pacchiarotti.

Prerequisiti. Il corso presuppone la conoscenza delle nozioni di base sviluppate nel corso di CP Complementi di Probabilità. Questo corso propedeutico a quello di MMMF-Metodi e Modelli dei Mercati Finanziari

Programma. Prerequisiti. Il corso presuppone la conoscenza delle nozioni di base sviluppate nel corso di CP Complementi di Probabilità. Questo corso propedeutico a quello di MMMF-Metodi e Modelli dei Mercati Finanziari. Il Moto Browniano, definizioni e generalità; principali proprietà: regolarità delle traiettorie, comportamento asintotico, proprietà d'invarianza. Martingale a tempo continuo (quelle a tempo discreto e le speranze condizionali, che fanno parte del programma di CP verranno richiamate brevemente). Processi di Markov, processi di Diffusione. L'integrale Stocastico: definizioni, principali proprietà. La formula di Ito, applicazioni. Il teorema di Girsanov. Equazioni Differenziali Stocastiche: esistenza e unicità delle soluzioni, proprietà di Markov, diffusioni, rappresentazione probabilistica delle soluzioni delle Equazioni alle Derivate Parziali.

Obiettivi di apprendimento. Acquisire familiarità con gli strumenti del calcolo stocastico e la capacità di servirsene nella risoluzione dei problemi di calcolo e modellizzazione. A questo scopo è prevista una ampia attività di esercitazioni.

Testi consigliati. Appunti e liste di esercizi vengono distribuiti durante il corso (in inglese).

Modalità di esame. Scritto e orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.

Program. Brownian motion. Continuous time martingales. Stochastic integrals, stochastic calculus. Stochastic differential equations and Markov processes.

Learning objectives. To make the student acquainted with the tools of stochastic calculus and with the corresponding theory. He will also acquire the capability of modeling applied situations.

Text books. Note of the course (Prof. Baldi).

Exam mode. Written and oral examen.

EQUAZIONI DIFFERENZIALI - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/05 - 64 ore di lezione in aula

Prof. P. Cannarsa

Programma. Introduzione ai problemi di controllo ottimo: esistenza delle soluzioni, principio del massimo di Pontryagin e programmazione dinamica. Equazioni di Hamilton-Jacobi: metodo delle caratteristiche, soluzioni semiconcave e soluzioni di viscosità. Teoremi di confronto. Teoria KAM debole. Studio dell'insieme singolare: teoremi di rettificabilità e risultati di propagazione. Applicazione all'equivalenza omotopica

Obiettivi di apprendimento. Acquisire familiarità con i metodi classici e moderni per lo studio delle equazioni differenziali alle derivate parziali nonlineari tipo Hamilton-Jacobi, utilizzando anche il punto di vista del controllo ottimo. La comprensione di tali concetti, metodi e teorie, permetterà di affrontare anche contesti potenzialmente differenti da quelli visti a lezione.

Testi consigliati. L.C. Evans, Partial differential equations. Second edition. *American Mathematical Society, Providence, RI, 2010.* P. Cannarsa & C. Sinestrari, Semiconcave functions, Hamilton-Jacobi equations, and optimal control. *Birkhäuser, Boston, 2004.* A. Fathi, Weak KAM theorem in Lagrangian dynamics (in press)

Modalità di esame. Esame orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.

Program. Introduction to optimal control problems: existence of solutions, Pontryagin's maximum principle, and dynamic programming. Hamilton-Jacobi equations: characteristics, semiconcave solutions, and viscosity solutions. Comparison theorems. Weak KAM theory. Study of the singular set: rectifiability theorems and propagation results. Application to homotopy equivalence.

Learning objectives. To get familiar with modern methods for the study of nonlinear partial differential equations of Hamilton-Jacobi type, also using the point of view of optimal control. The comprehension of such concepts, methods, and theories will enable students to solve problems even in different contexts from those analyzed in class.

Text books. L.C. Evans, Partial differential equations. Second edition. *American Mathematical Society, Providence, RI, 2010*. P. Cannarsa & C. Sinestrari, Semiconcave functions, Hamilton-Jacobi equations, and optimal control. *Birkhäuser, Boston, 2004*. A. Fathi, Weak KAM theorem in Lagrangian dynamics (in press)

Exam mode. Oral exam

GEOMETRIA ALGEBRICA - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/03 - 64 ore di lezione in aula

Prof. F. Flamini

Programma. 1) Premesse algebriche: anelli noetheriani, moduli e localizzazione. Prefasci e fasci su uno spazio topologico.

2) Spazio affine, Insiemi algebrici affini e topologia di Zariski. Ideali radicali. Hilbert Nullstellensatz. Irriducibilità. Varietà affini: esempi. Anello delle coordinate e campo delle funzioni razionali. Fascio strutturale.

3) Anelli ed ideali omogenei. Spazio proiettivo, Insiemi algebrici proiettivi. Teorema degli zeri proiettivo. Varietà proiettive: anello delle coordinate omogenee, campo delle funzioni razionali. Varietà quasi-proiettive e localmente chiusi. Fasci strutturali.

4) Varietà algebriche. Morfismi di varietà algebriche. Insiemi costruibili. Esempi: morfismo di Veronese. Morfismi dominanti. Applicazioni razionali e birazionali. Esempi: sistemi lineari di ipersuperficie di uno spazio proiettivo, proiezioni, scoppamenti. Scoglimento di singolarità di curve piane mediante scoppamenti.

5) Prodotti. Varietà di Segre. Grafico di un morfismo. Completezza delle varietà proiettive.

6) Grado di trascendenza di un'estensione di campi. Dimensione di una varietà algebrica.

7) Spazi tangenti e non-singolarità. Spazio tangente di Zariski. Cono tangente.

Miscellanea eventuali argomenti ulteriori (tempo permettendo):

- Funzione di Hilbert e Polinomio di Hilbert di una varietà proiettiva. Grado e genere aritmetico di una varietà proiettiva. Esempi.

- Morfismi finiti e ramificazione

- Semicontinuità della dimensione delle fibre di un morfismo dominante.

- Ulteriori esempi di varietà proiettive: Grassmanniana ed immersione di Pluecker, curve piane proiettive, famiglie di curve piane proiettive.

Obiettivi di apprendimento. Lo scopo del corso è quello di presentare i concetti fondamentali della teoria della risoluzione di sistemi di equazioni polinomiali in un certo numero di indeterminate. La geometria algebrica studia queste soluzioni da un punto di vista globale, mediante la teoria delle varietà algebriche. Nel corso si definiranno le varietà algebriche e si discuteranno alcune delle loro più importanti proprietà. Si tratteranno inoltre motivazioni ed esempi concreti.

Gli studenti che completeranno con profitto questo corso

- possederanno una conoscenza degli elementi basilari della geometria affine e proiettiva,

- avranno familiarità con esempi espliciti che includeranno curve piane e curve razionali normali, quadriche, la grassmanniana delle rette in P^3 , la varietà di Veronese e la varietà di Segre.

- avranno arricchito la loro conoscenza di anelli commutativi finitamente generati e del loro campo delle frazioni.

- utilizzeranno i concetti di morfismi ed isomorfismi di varietà algebriche e quelli di birazionalità tra varietà algebriche.

Testi consigliati. Dispense online scritte dal docente F. Flamini, scaricabili dalla pagina web del docente. Ulteriori testi consigliati

- I. Dolgachev, Introduction to Algebraic Geometry, reperibile all'indirizzo <http://www.math.lsa.umich.edu/~idolga/631.pdf>
- J. Harris, Algebraic geometry (a first course) Graduate Texts in Math. No. 133. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1977.
- R. Hartshorne Algebraic geometry Graduate Texts in Math. No. 52. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1977.
- M. Reid, Undergraduate Algebraic Geometry, London Math. Soc. Student Texts, vol. 12, 1988.
- I. Shafarevich Basic algebraic geometry vol. 1 Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1977.

Modalità di esame. Prova orale.

Program. 1) Algebraic preliminaries: Noetherian rings, K -algebras and finiteness conditions, modules and localizations Graded rings and homogeneous ideals.
2) Affine space, affine closed subsets and the Zariski topology. Radical ideals. Hilbert Nullstellensatz. Irreducibility and irreducible components. Affine and quasi-affine varieties: examples. Coordinate ring and field of rational functions of an affine variety. Structural sheaf.
3) Projective space and projective closed subsets. Affine and projective cones. Homogeneous Hilbert Nullstellensatz. Projective varieties. Quasi-projective varieties and locally closed subset. Structural sheaf.
4) Algebraic varieties. Morphisms between algebraic varieties. Constructible sets. Examples: Veronese embedding. Dominant morphisms.
Rational maps, birational maps. Rational varieties. Examples: linear systems of hypersurfaces in a projective space, projections, stereographical projection of the smooth quadric, blow-up at a point, resolution of singularities of some singular plane curves.
5) Products of algebraic varieties. Segre embedding and Segre variety. Diagonals and graph of a morphism. Main theorem of elimination theory: completeness of projective varieties.
6) Transcendence degree of an integral K -algebra of finite type. Dimension of an algebraic variety.
7) Embedded tangent spaces and non-singularity. Zarisky tangent space.
8) Further topics (either if time permits or for seminars/thesis)
- Hilbert function and Hilbert polynomial of a projective variety. Degree and arithmetic genus of a projective variety. Examples.
- Finite morphisms. Ramification
- Semi-continuity of the fibre-dimension of a dominant morphism.
- Other examples of projective varieties: Grassmannians and Pluecker embedding.
Projective curves in the plane and their families. Resolution of singularities of plane curves.
Parameter spaces.

Learning objectives. Our general scope is to present fundamental concepts related to the problem of solving systems of polynomial equations.

Algebraic Geometry studies these solutions from a “global” point of view, through the theory of Algebraic Varieties.

We will define this important class of varieties and then we will study some of their most important properties and discuss key examples,

which are fundamental for the whole theory. Learning aims are to give to students the following skills:

- working knowledge of basic elements of affine/projective geometry, of homomorphisms, isomorphisms and rational maps among algebraic varieties;

- familiarity with explicit examples, including plane curves, quadric surfaces, Grassmannian of lines, Veronese and Segre varieties, etc;
- if time permits, familiarity with the rich geometry of the canonical curve in terms of special linear series.

Text books. Lecture Notes: drafts. Free download from F. Flamini web-page Further books

- I. Dolgachev, Introduction to Algebraic Geometry, <http://www.math.lsa.umich.edu/~idolga/631.pdf>
- J. Harris, Algebraic geometry (a first course) Graduate Texts in Math. No. 133. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1977.
- R. Hartshorne Algebraic geometry Graduate Texts in Math. No. 52. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1977.
- M. Reid, Undergraduate Algebraic Geometry, London Math. Soc. Student Texts, vol. 12, 1988.
- I. Shafarevich Basic algebraic geometry vol. 1 Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1977.

Exam mode. Oral exam.

GEOMETRIA COMPLESSA - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/03 - 64 ore di lezione in aula
Prof. L. Arosio.

Programma. Definizione di funzione olomorfa in più variabili complesse, Sviluppo in serie di potenze, Formula di Cauchy, Convergenza uniforme sui compatti di funzioni olomorfe, Preparazione di Weierstrass, Cenni sugli insiemi analitici, Teoremi di estensione, Fenomeno di Hartogs, Domini di olomorfia, Convessità olomorfa, Teorema di Cartan-Thullen, Levi-convessità, Funzioni plurisubarmoniche, Pseudoconvessità, Problema di Levi e soluzione col metodo L^2 .

Obiettivi di apprendimento. La teoria delle funzioni olomorfe di più variabili complesse presenta inaspettate differenze rispetto alla teoria in una variabile. Tali differenze sono dovute a nuovi fenomeni come l'estensione di Hartogs. Il collegato concetto di pseudoconvessità e il problema di Levi sono stati la linea guida dello sviluppo dell'analisi complessa per buona parte del ventesimo secolo. Gli obiettivi di questo corso sono la comprensione delle differenze tra l'analisi complessa in una variabile e l'analisi complessa in più variabili, e la comprensione del concetto di pseudoconvessità nelle sue varie caratterizzazioni equivalenti.

Testi consigliati. Demailly: Complex analytic and differential geometry. Krantz: Function theory of several complex variables. Range: Holomorphic functions and integral representations in several complex variables. Hörmander: An introduction to complex analysis in several variables.

Modalità di esame. Esame scritto e orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.

Program. Definition of holomorphic functions in several complex variables, power series, Cauchy formula, uniform convergence, Weierstrass preparation, Analytic sets, Extension theorems, Hartogs theorem, domains of holomorphy, holomorphic convexity, Cartan-Thullen theorem, Levi-convexity, plurisubharmonic functions, pseudoconvexity, Levi problem and solution with L^2 estimates.

Learning objectives. The theory of holomorphic functions in several complex variables is surprisingly different from the one-variable theory. New phenomena appear, like the Hartogs extension. The related concept of pseudoconvexity and the Levi problem have guided the development of complex analysis in the twentieth century. The goal of this course is understanding the difference between analysis in one variable and analysis in several variables, and understanding the concept of pseudoconvexity in its several equivalent characterizations.

Text books. Demailly: Complex analytic and differential geometry. Krantz: Function theory of several complex variables. Range: Holomorphic functions and integral representations in several complex variables. Hörmander: An introduction to complex analysis in several variables.

Exam mode. Written and oral exam

GEOMETRIA DIFFERENZIALE- I Semestre - 8 CFU - settore MAT/03 - 64 ore di lezione in aula

Prof. M. McQuillan

Programma. Il tema del corso sarà la differenza entro le varietà differenziali; le varietà-PL (PL=piecewise linear); e le varietà-topologiche. Il teorema principale e il teorema di h-cobordismo di Smale, <https://en.wikipedia.org/wiki/H-cobordism> e la sua dimostrazione e i suoi corollari sarà l'oggetto principale del corso. Nonostante, altri fenomeni particolari alle varietà differenziali saranno considerati, ad esempio la teoria di Morse, e il teorema di trasversalità di Thom.

Testi consigliati. Milnor, John, Lectures on the h-cobordism theorem, notes by L. Siebenmann and J. Sondow. Milnor, John Morse theory. Milnor, John Differential topology. Hirsch, W & Mazur B Smoothings of Piecewise Linear Manifolds

Modalità Esame. Orale.

INTRODUZIONE AI PROCESSI ALEATORI - I Semestre - 8 CFU - settore SECS-S/01 - 64 ore di lezione in aula

Prof. D. Marinucci

Programma. Il corso si propone di fornire una introduzione all'analisi dei processi stocastici stazionari, con particolare riferimento ai metodi di analisi spettrale. Richiami di probabilità e statistica matematica: teoremi limite, Gaussiana multivariata. Stazionarietà debole e forte. Equazioni alle differenze finite e processi ARMA; condizioni di stazionarietà, funzioni di covarianza. Rappresentazione spettrale di processi stazionari. Periodogramma e proprietà asintotiche. Massima verosimiglianza nel dominio delle frequenze e stime di Whittle. Cenni ai campi aleatori stazionari.

Obiettivi formativi. Il corso si propone di fornire agli studenti gli elementi di base della teoria dei processi stazionari, sia sul piano probabilistico che su quello statistico.

Testi consigliati. P.Brockwell e R.Davis, Time Series Models, 1991 Springer

Modalità di esame. Esame scritto ed orale.

Program. Stationary processes - existence, autocovariance function, linear filters, ARMA. Herglotz-Bochner Theorem, stochastic integrals, Spectral Representation Theorem. Periodogram - asymptotic properties, spectral density estimation, Whittle estimates. Hints on nonstationary processes and random fields.

Learning objectives. The purpose of the course is to illustrate the basic probabilistic and statistical tools for the analysis of stationary stochastic processes.

Text books. P.Brockwell e R.Davis, Time Series Models, 1991 Springer

Exam mode. Written and oral exam.

INTRODUZIONE ALLE VARIETÀ DIFFERENZIABILI- I Semestre - 8 CFU - settore MAT/03 - 64 ore di lezione in aula

Prof. S. Trapani

Programma. Richiami di funzioni differenziabili su aperti di dello spazio euclideo, teorema delle funzioni implicite, teorema di inversione locale, teorema del rango. Nozione di varietà differenziabile,

esempi, aperti di dello spazio euclideo, sfere, grassmanniana, spazio proiettivo. mappe C^∞ , diffeomorfismi, immersioni, embeddings, sottovarietà embedded ed immerse. Varietà' embedded come luoghi di zeri. Partizione dell'unità.

Spazi tangenti, fibrato tangente e cotangente, nozione di fibrato vettoriale. Azioni di gruppi su varietà. Campi vettoriali, integrazione dei campi vettoriali, flussi locali e gruppi ad un parametro di diffeomorfismi, bracket, teorema di Frobenius, foliazioni.

Algebra multi lineare, prodotto tensoriale, prodotto esterno, forme differenziali, differenziale esterno. Varietà orientabili, metriche Riemanniane forma volume. Varietà con bordo teorema di Stokes, corollari noti in aperti dello spazio euclideo, Cenni sulla cosmologia di De Rham. Se resta tempo rivestimenti, e a seconda degli interessi degli studenti. Geometria Riemanniana oppure Gruppi di Lie.

Obiettivi di apprendimento. Introdurre lo studente allo studio delle varietà differenziabili, fondamentali in geometria.

Testi consigliati. Boothby An Introduction to differentiable manifolds and Riemannian Geometry
Frank Warner Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups

Modalità di esame. Esame scritto e orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.

Program. Differentiable functions on open sets of the euclidean space, implicit function theorem, inverse function theorem, rank theorem. Notion of differentiable manifold, examples, open sets in euclidean space, spheres, Grassmannians, projective space.

Smooth maps, diffeomorphisms, immersions, embeddings, embedded submanifolds, immersed submanifolds. Embedded submanifolds as zero loci. Partition of unity.

Tangent space, tangent bundle, notion of vector bundle. Group actions on manifolds.

Vector fields, local flows, one parameter subgroups of diffeomorphisms, brackets,

Frobenius theorem, foliations. Multilinear algebra. Tensor product, exterior product, differential forms, exterior differential. Orientable manifolds, Riemannian metrics volume forms. Manifolds with boundary, Stokes theorem and corollaries in Euclidean space. Definition and few things on De Rham cohomology. If there is time left, covering spaces, and according to the student interest few things on Riemannian geometry or Lie groups

Learning objectives. The course intends to introduce the student to differentiable manifolds, which are basic in geometry.

Text book. Boothby An Introduction to differentiable manifolds and Riemannian Geometry
Frank Warner Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups

Exam mode. The course intends to introduce the student to differentiable manifolds, which are basic in geometry.

LABORATORIO DI CALCOLO - II Semestre - 4 CFU - settore INF/01 - 40 ore di lezione in aula

Prof. P. Baldi

Programma. Introduzione alla risoluzione numerica e alla rappresentazione grafica delle soluzioni di equazioni differenziali ordinarie e alle derivate parziali: metodo degli elementi finiti, metodi di simulazione, sviluppi in autofunzioni. Introduzione all'uso dei software scilab, C e Freefem integrati tra loro.

Obiettivi di apprendimento. Apprendere a risolvere numericamente problemi alle derivate parziali integrando tra di loro ambienti di calcolo diversi.

Testi consigliati. Appunti distribuiti dai docenti

Modalità di esame. La prova d'esame consiste nella realizzazione di un progetto realizzato a partire dal materiale sviluppato a lezione sulla base di tracce proposte e in una prova orale con discussione. In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.

Program. Introduction to numerical solving of ordinary and partial differential equations and to their graphical representation: finite elements, stochastic simulation, eigenfunction developments.

Introduction to the use of mathematical software: scilab, C e Freefem.

Learning objectives. To learn how to solve numerically differential problems and how combine different computing environments.

Text book. Notes will be given to the students

Exam mode. The student will develop a project starting from the elements of the course and then will have an oral exam.

LOGICA MATEMATICA 1- I Semestre - 8 CFU - settore MAT/01 - 64 ore di lezione in aula

Prof. P. Lipparini

Programma. Questo è un programma provvisorio; il programma effettivo verrà concordato con gli studenti all'inizio del corso. Non sono previsti particolari prerequisiti.

Teoria degli insiemi. Trattazione intuitiva. Linguaggio della teoria degli insiemi. Assiomatizzazioni.

Classi. Insiemi bene ordinati. Numeri ordinali e cardinali. La gerarchia cumulativa degli insiemi.

Induzione transfinita. Aritmetica ordinale e cardinale. L'Assioma di Scelta e forme equivalenti e deboli.

Cenni ai risultati di indipendenza e di relativa non contraddittorietà. Cenni su alcuni tipi di grandi cardinali e conseguenze della loro esistenza in algebra, analisi e topologia.

Obiettivi di apprendimento. Acquisire una buona conoscenza dello sviluppo, dei metodi e delle applicazioni della teoria degli insiemi, apprezzando la distinzione fra una sua trattazione intuitiva ed una trattazione assiomatica. In particolare, apprendere l'uso della teoria degli insiemi come ambiente in cui è possibile formalizzare la matematica. Acquisire una conoscenza almeno elementare dei risultati di indipendenza e non contraddittorietà, e delle applicazioni dei grandi cardinali.

Testi consigliati. Testo di riferimento (non è assolutamente necessario l'acquisto) T. Jech, Set Theory, qualunque edizione.

Modalità di esame. Prova orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.

Program. The program will be modified according to the student's interests.

Intuitive set theory. Formal treatment. Language. Axioms. Classes. Well orderings. Ordinal and cardinal numbers. The cumulative hierarchy. Transfinite induction. Ordinal and cardinal arithmetics.

The axiom of choice; weaker and equivalent forms. Brief description of independence results, large cardinals, and their import in algebra analysis and topology.

Learning objectives. At the end of the course the student is supposed to have acquired a good knowledge of basic notions and methods of set theory, in particular, as an ambient in which mathematics can be formalized. Moreover, the student will acquire an elementary knowledge of independence results and of large cardinals.

Exam mode. Oral exam

MACHINE LEARNING - II Semestre - 9 CFU - settore INF/01 - 72 ore di lezione in aula

Prof. G. Gambosi

Programma. Pattern recognition e machine learning. Schema generale di un sistema di ML. Inferenza. Apprendimento supervisionato e non supervisionato. Regressione lineare. Funzioni base e regressione. Overfitting e funzioni di penalizzazione. Model selection. Introduzione alla teoria delle decisioni. Classificazione: approcci (funzioni di discriminazione, modelli probabilistici discriminativi, modelli probabilistici generativi). Riduzione di dimensionalità e feature selection. Il modello connessioneistico. Reti neurali a più strati. Apprendimento di reti neurali. Optimal margin classifiers e support vector machines. Funzioni kernel. Metodi non parametrici per la stima di probabilità: applicazione alla classificazione. Apprendimento non supervisionato. Clustering. Algoritmo k-means. Modelli di mistura di distribuzioni. Modelli a variabili latenti e algoritmo EM. Applicazione a modellazione di testo. Modelli di Markov nascosti (HMM). Ensemble learning. Utilizzo di strumenti e linguaggi (R, Python) per l'analisi e l'apprendimento da dataset reali.

Obiettivi di apprendimento. Introdurre alla conoscenza dei fondamenti matematici, oltre che all'utilizzo effettivo, degli approcci più diffusi per l'apprendimento automatico, supervisionato e non supervisionato.

Modalità di esame. Prova orale. Si richiede lo sviluppo di un progetto di analisi e learning da un dataset reale

MECCANICA ANALITICA E CELESTE - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/07 - 64 ore di lezione in aula

Prof. A. Celletti

Programma. Il corso verte su un'introduzione alla Meccanica Classica e Celeste.

Il programma analitico del corso è il seguente:

- Richiami di Meccanica Hamiltoniana: trasformazioni canoniche, criteri di canonicità, parentesi di Poisson, integrali primi;
- Sistemi integrabili;
- Teorema di integrabilità locale;
- Teorema di Arnold-Liouville e variabili azione-angolo;
- Esempi di sistemi integrabili: oscillatori armonici, moto in un campo centrale, giroscopio pesante;
- Moti regolari e caotici;
- Sistemi conservativi e dissipativi;
- Sistemi continui e discreti, mappe di Poincarè, standard map;
- Gli esponenti di Lyapunov;
- Il problema dei 2 corpi;
- Le leggi di Keplero;
- Variabili azione-angolo di Delaunay e il problema dei 3 corpi;
- I punti di equilibrio Lagrangiani;
- Il problema dei 3 corpi ristretto;
- Dinamica rotazionale;
- Risonanze spin-orbita: derivazione del modello e costruzione di superfici invarianti;
- Teoria perturbativa;
- Applicazioni della teoria perturbativa;
- Teorema KAM: dimostrazione, aritmetica degli intervalli, cenni di teoria dei numeri e frazioni continue;
- Tecniche classiche e superconvergenti;
- Collisioni e teoria della regolarizzazione;
- Trasformazione di Levi-Civita.

Obiettivi di apprendimento. Si intendono affrontare gli argomenti principali della Meccanica Classica e Celeste, quali i sistemi integrabili e non-integrabili, teoria delle perturbazioni, teoria KAM, la stabilità del sistema solare, le risonanze orbitali e spin-orbita, la teoria della regolarizzazione. Saranno considerati esempi pratici ed assegnati esercizi allo scopo di familiarizzare con importanti strumenti matematici e utili modelli della Meccanica Celeste.

Testi consigliati. V.I. Arnold, "Metodi Matematici della Meccanica Classica", Editori Riuniti (1979)
A. Celletti, "Stability and Chaos in Celestial Mechanics", Springer-Praxis, XVI, 264 p., Hardcover ISBN: 978-3-540-85145-5 (2010)

H. Goldstein - Meccanica Classica, Zanichelli (2005)

Modalità di esame. Il corso si conclude con un esame orale sugli argomenti del corso.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese

Program. The course deals with Classical and Celestial Mechanics.

The detailed program of the course is the following:

- basics of Classical Mechanics: canonical transformations, canonical criteria, Poisson brackets, first integrals;
- Integrable systems;
- Theorem on local integrability;
- Arnold-Liouville Theorem and action-angle variables;
- Examples of integrable systems: harmonic oscillators, motion in a central field, gyroscopic motion;
- Regular and chaotic motions;
- Conservative and dissipative systems;
- Continuous and discrete systems, Poincarè map, standard map;
- Lyapunov exponents;
- The two body problem;
- Kepler's laws
- Action-angle Delaunay variables and the three-body problem;
- Lagrangian equilibrium points;
- The restricted three body problem;
- Rotational dynamics;
- Spin-orbit resonances: derivation of the model and construction of invariant surfaces;
- Perturbation theory
- Applications of perturbation theory;
- KAM Theorem: proof, interval arithmetic, continued fractions;
- Classical and superconvergent techniques;
- Collisions and regularization theory;
- Levi-Civita transformation.

Learning objectives. We intend to treat the main topics of Classical and Celestial Mechanics, from integrable to non-integrable systems, to perturbation theory, KAM theory, the stability of the Solar system, orbital and spin-orbit resonances, regularization theory. Practical examples and exercises will be given to get acquainted with important mathematical tools and useful models in Celestial Mechanics.

Text books. V.I. Arnold, "Metodi Matematici della Meccanica Classica", Editori Riuniti (1979)
A. Celletti, "Stability and Chaos in Celestial Mechanics", Springer-Praxis, XVI, 264 p., Hardcover ISBN: 978-3-540-85145-5 (2010)

H. Goldstein - Meccanica Classica, Zanichelli (2005)

Exam mode. The course is concluded by an oral exam on the topics of the course.

MECCANICA SUPERIORE 1 – I Semestre – 8 CFU – settore MAT/07- 64 ore di lezione in aula

Prof. Scoppola

Programma. Ensembles in meccanica statistica, limite termodinamico, equivalenza degli ensembles. Ensemble gran canonico, potenziali stabili e temperati, proprietà analitiche della pressione nell'ensemble gran canonico. Espansioni convergenti in meccanica statistica, serie di Mayer e cluster expansion. Sistemi di spin discreti, espansione in polimeri, lattice gas. Modello di Ising, espansioni a alta e bassa temperatura, assenza di transizioni di fase in una dimensione, transizione di fase in due dimensioni. Coesistenza di fasi e superficie di separazione. Approccio dinamico alla meccanica statistica per sistemi di spin, dinamica di Glauber, Montecarlo Markov Chain. Tecniche di coupling per la stima del tempo di mixing. Cenni sul problema della metastabilità e l'approccio pathwise.

Obiettivi di apprendimento. Si presentano le idee matematiche fondamentali relative alla meccanica statistica dell'equilibrio, si presentano alcuni sistemi classici, e l'approccio dinamico ai sistemi di spin.

Testi consigliati. A. Procacci: cluster expansion methods in rigorous statistical mechanics

O. Haggstrom: Discrete time Markov Chain and algorithmic applications

C. Thompson: Mathematical statistical mechanics

Modalità di esame. Esame orale con discussione della parte teorica e degli esercizi svolti in classe
Cenni sui probabilistic cellular automata.

Program. Ensembles in statistical mechanics, thermodynamic limit, ensemble equivalence. Gran canonical ensemble, tempered and stable potential, analytic properties of the pressure in the gran canonical ensemble. Convergent expansion in statistical mechanics, Mayer series and cluster expansion. Discrete spin systems, polymer expansion, lattice gas. Ising model, high and low temperature expansions, absence of phase transition in one dimension, phase transition in two dimensions, phase coexistence and separation surface. Dynamical approach to statistical mechanics for spin systems, Glauber dynamics, Montecarlo Markov chain. Coupling for the evaluation of mixing time. Some ideas about metastability and pathwise approach. Some ideas about probabilistic cellular automata

Learning objectives. In the course the main mathematical ideas involved in the construction of the statistical mechanics will be presented, including the description of some basic system and the dynamical approach to the discrete spin systems

Text book. A. Procacci: cluster expansion methods in rigorous statistical mechanics

O. Haggstrom: Discrete time Markov Chain and algorithmic applications

C. Thompson: Mathematical statistical mechanics

Exam mode. Oral exam

METODI E MODELLI DEI MERCATI FINANZIARI - I Semestre - 8 CFU- settore SECS-S/06 - 64 ore di lezione in aula

Prof. L. Caramellino

Programma. L'obiettivo del corso è lo studio ed il calcolo del prezzo e della copertura di opzioni europee quando il modello di mercato è scelto nella classe dei modelli continui. Sono quindi trattati argomenti propri del calcolo stocastico (processi di Markov, teorema di Girsanov, diffusioni e formule di rappresentazione alla Feynman-Kac) ed introdotti modelli di diffusione per i mercati finanziari, per lo studio dell'arbitraggio e della completezza del mercato. Particolare enfasi data al modello di Black e Scholes. Parte del corso dedicata ai metodi numerici Monte Carlo per la finanza. Saranno proposti

alcuni approfondimenti a scelta dello studente (tassi di interesse, opzioni americane, applicazioni del calcolo di Malliavin alla finanza).

Obiettivi di apprendimento. Comprensione del linguaggio proprio della finanza matematica; conoscenza dei modelli di diffusione per la finanza, in particolare per la risoluzione dei problemi legati alle opzioni (calcolo del prezzo e della copertura); capacità di istituire collegamenti con materie collegate (teoria della misura, analisi funzionale, problemi alle derivate parziali, linguaggi di programmazione etc.) e con problemi provenienti dal mondo reale; risoluzione numerica di problemi reali (prezzo e copertura di opzioni) tramite costruzione di algoritmi Monte Carlo.

Testi consigliati. D. Lamberton, B. Lapeyre: Introduction to stochastic calculus applied to finance. Second Edition. Chapman&Hall, 2008.

- P. Baldi: Stochastic differential equations. Lecture notes, 2016.

- Monte Carlo methods in Finance, appunti distribuiti dal docente.

Modalità di esame. L'esame è orale e comprende anche la discussione degli algoritmi di simulazione discussi durante il corso. Per accedere all'esame gli studenti devono consegnare per tempo (4 giorni prima della data d'esame) i programmi sulla parte numerica del corso. Per la parte numerica si fa esplicita richiesta di utilizzo di un linguaggio di programmazione (ad es. C, C++, Pascal etc., ma non Scilab o analoghi software), a scelta dello studente. Si richiede la consegna dei file sorgente.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese

Program. The course deals with the problems of the pricing and the hedging of European options when the underlying market model is set as a diffusion model. Firstly, special topics in stochastic calculus are recalled and developed (Markov processes, Girsanov's theorem, diffusion processes and Feynman-Kac type representation formulas); secondly, diffusion models are introduced for the study of the arbitrage and the completeness of the financial markets. A special emphasis is given to the Black and Scholes model. A part of the course is devoted to Monte Carlo numerical methods in Finance. Students have to choose a free-choice part of the course among the following subjects: American options, interest rate models, applications to finance of the Malliavin calculus.

Learning objectives. Comprehension of the financial language; knowledge of the diffusion models used in Finance, in particular for the solution to the pricing and the hedging problem; ability in linking related mathematical topics (measure theory, functional analysis, partial differential equations, programming languages) and real world problems; numerical solutions of practical problems (pricing and hedging options) through Monte Carlo algorithms

Text books. -D. Lamberton, B. Lapeyre: Introduction to stochastic calculus applied to finance. Second Edition. Chapman&Hall, 2008.

- P. Baldi: Stochastic differential equations. Lecture notes, 2016.

- L. Caramellino: Monte Carlo methods in Finance. Lecture notes, 2016.

Exam mode. The final exam consists of an oral examination, which includes also a deep discussion on the simulation algorithms analyzed during the course. Students must deliver the source codes (preferably in C or C++ language) with the resolution of the numerical exercises four days before the exam date (by sending an e-mail).

NATURAL LANGUAGE PROCESSING - I Semestre - 6 CFU - settore ING-INF/05 - 48 ore di lezione in aula

Prof. F. Zanzotto

Programma. Il corso si propone di introdurre lo studente agli scopi, alle principali problematiche e ai principali modelli simbolici dell'elaborazione del linguaggio naturale. Alla fine del corso, lo studente sarà in grado di implementare un modello di elaborazione del linguaggio. Introduzione e la sfida delle macchine parlanti. Il Linguaggio: modelli e teorie linguistiche Modelli Linguistici e Sistemi

- Come determinare che un modello è corretto e un sistema è efficace: inter-annotation agreement e statistical significance
- Automi a stati finiti e trasduttori per la morfologia (appunti per la lezione): software Xerox Finite State Transducers
- Elaborazione sintattica con le grammatiche context-free
- - Parsing con le grammatiche context-free
- - Feature Structures e Unificazione
- - Tree Adjoining Grammars
- - Modular and Lexicalized Parsing
- - Probabilistic context-free grammar
- Semantica
- - Rappresentazione semantica simbolica: Introduzione a WordNet e FrameNet
- - Lambda Calcolo per la semantica del linguaggio naturale
- - Rappresentazione semantica distribuzionale
- Textual Entailment Recognition

Obiettivi di apprendimento. Il corso si propone di introdurre lo studente agli scopi, alle principali problematiche e ai principali modelli simbolici dell'elaborazione del linguaggio naturale. Alla fine del corso, lo studente sarà in grado di implementare un modello di elaborazione del linguaggio.

Testi consigliati. Daniel Jurafsky and James H. Martin, SPEECH and LANGUAGE PROCESSING: An Introduction to Natural Language Processing, Computational Linguistics, and Speech Recognition (Second Edition)

- I.Dagan, D.Roth, M.Sammons, F.M.Zanzotto, Recognizing Textual Entailment: Models and Applications, Synthesis Lectures on Human Language Technologies #23, Morgan&Claypool Publishers, 2013

Frequenza obbligatoria

Modalità di esame. Prova orale Valutazione progetto

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese

Program. Introduction to NLP and to the challenge of talking machines.

The language: linguistic models and theories

Linguistic models and systems.

- How to determine that a model is correct and a system is effective: inter-annotation agreement and statistical significance
- Morphology: Finite state automaton and transducers
- Syntactic analysis with context-free grammars
- - Parsing with context-free grammars
- - Feature Structures and Unification
- - Tree Adjoining Grammars
- - Modular and Lexicalized Parsing
- - Probabilistic context-free grammar
- Semantics
- - Symbolic Semantic Representation: WordNet and FrameNet
- - Lambda Calculus for natural language semantics
- - Distributional semantics

- Textual Entailment Recognition

Learning objectives. The course introduces to the common practices and the the common models of natural language processing. As a result of the learning, students will be able to implement a model for natural language processing.

Text books. - Daniel Jurafsky and James H. Martin, SPEECH and LANGUAGE PROCESSING: An Introduction to Natural Language Processing, Computational Linguistics, and Speech Recognition (Second Edition)

- I.Dagan, D.Roth, M.Sammons, F.M.Zanzotto, Recognizing Textual Entailment: Models and Applications, Synthesis Lectures on Human Language Technologies #23, Morgan&Claypool Publishers, 2013

Exam mode. Oral

NUMERICAL METHODS FOR COMPUTER GRAPHICS IN JAVA - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/08 - 64 ore di lezione in aula – corso tenuto in lingua inglese

Prof. H. Speleers

Programma. La computer graphics è largamente utilizzata nell'industria cinematografica e dei video giochi. Il corso ha lo scopo di fornire le tecniche di base per la computer graphics ed una introduzione alla programmazione in Java. Il corso è formato da due parti.

Parte 1: Introduzione a Java e alla programmazione orientata agli oggetti.

Parte 2: Principi della computer graphics, fondamenti del rendering pipeline e rendering foto-realistico tramite ray-tracing.

Obiettivi di apprendimento. Fornire conoscenze di base delle tecniche di computer graphics per le applicazioni nel modelling e nella visualizzazione

- mettere gli studenti in grado di implementare programmi per problemi di media dimensione in Java seguendo una programmazione orientata agli oggetti.

Testi consigliati. Thinking in JAVA, by Bruce Eckel

- Computer Graphics Using OpenGL, by Francis S. Hill and Stephen M. Kelley

Modalità di esame. L'esame consiste in una prova scritta, nella realizzazione di un progetto e relativa discussione.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese

Program. Computer graphics is widely used in the video game and movie industry. The goal of this course is to provide some basic techniques in computer graphics, and to give an introduction to the programming language Java. The course consists of two parts.

Part 1. Introduction to Java as an object-oriented programming language.

Part 2. Principles of computer graphics, the basic rendering pipeline, and photo-realistic rendering by ray-tracing.

Learning objectives. Insight in the basic computer graphics techniques for modelling and visualization applications

- the ability to implement small to medium-sized problems in an object-oriented programming language as Java

Text books. Thinking in JAVA, by Bruce Eckel - Computer Graphics Using OpenGL, by Francis S. Hill and Stephen M. Kelley

Exam mode. Written exam, project assignment and oral discussion

PROGETTAZIONE DI SISTEMI INFORMATICI - II Semestre - 8 CFU - settore INF/01 - 64 ore di lezione in aula

Prof. E. Nardelli

Programma. Fondamenti dell'interazione persona-calcolatore, Fondamenti delle basi di dati
Fondamenti dello sviluppo basato su test, Fondamenti della realizzazione guidata da modelli
Svolgimento di un progetto didattico

Obiettivi di apprendimento. Imparare i fondamenti dei metodi di base per la realizzazione di sistemi informatici, fare un'esperienza di sviluppo di un sistema informatica

Testi consigliati: Appunti del docente

Modalità di esame. Scritto e orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese

Program. Fundamentals of human-computer interaction

Fundamentals of data bases

Fundamentals of test-driven development

Fundamentals of model-driven system development

Development of a didactic IT project

Learning objectives. Learning the fundamentals of basic methods for IT systems design experiencing the design and implementation of an IT system

Text books. Teacher's notes

Exam mode. Write and oral exam

RELATIVITÀ E COSMOLOGIA (mutuato per 6 cfu dall'insegnamento Relativity and cosmology 1, 6 cfu, cdl triennale in fisica, secondo semestre, e per 2 cfu da Relativity and cosmology 2, cdl magistrale in fisica, primo semestre) 8 CFU - settore FIS/05 - 64 ore di lezione in aula.

Prof. N. Vittorio

Programma. Il principio di equivalenza. Campi gravitazionali deboli. Moto geodetico. Significato fisico della metrica. Arrossamento delle righe spettrali. Forze inerziali. Tensori. Derivazione covariante. Il tensore di Riemann-Christoffel. Equazione di campo nel vuoto. Il tensore energia-impulso. Equazione di campo in presenza di materia. Leggi di conservazione. La soluzione di Schwarzschild: coordinate isotrope; moto planetario; deflessione della luce. L'espansione di Hubble. La radiazione cosmica di fondo. La metrica di Friedmann-Robertson-Walker. Nucleosintesi primordiale degli elementi leggeri. Il problema della distanza in Cosmologia. Il modello standard in cosmologia e gli scenari inflazionati.

Obiettivi del corso. Conoscenza della relatività generale classica e degli strumenti del calcolo tensoriale. Competenze mirate alla risoluzione di problemi semplici in relatività generale. Conoscenze dei modelli astrofisici che richiedono una trattazione general-relativistica (collasso gravitazionale, onde gravitazionali, cosmologia teorica) e delle osservazioni che consentono di validare questi modelli. Competenze mirate alla predizione di alcuni osservabili dell'astrofisica e della cosmologia moderna.

Testi consigliati. Narlikar, *An introduction to Relativity*, Cambridge University Press Carroll, *Spacetime and Geometry: an introduction to General Relativity*, Addison-Wesley.

Modalità di esame. Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese

Program. The equivalence principle. Weak gravitational field. Geodesic motion. Physical interpretation of the metric tensor. Reddening of spectral lines. Inertial forces. Tensors. Covariant derivatives. The Riemann-Christoffel tensor. Field equation in vacuum. The energy-momentum tensor. Field equations in the presence of matter. Conservation laws. The Schwarzschild solution: isotropic coordinates; planetary motion; light deflection. The Hubble expansion. The Cosmic Microwave

Background radiation. The Friedmann-Robertson-Walker metric. Primordial nucleosynthesis. The distance problem in cosmology. The standard model in cosmology and inflationary scenarios.

Learning objectives. Knowledge of modern theories for the large scale structure formation in the universe. Knowledge of the basic statistic tools, e.g. correlation function and power spectrum, in the framework of Gaussian stochastic processes. Knowledge of the cosmological models dominated by dark matter and dark energy. Skills aimed to characterize primordial density fluctuation, their evolution and their test against observations. Knowledge of the main processes responsible for CMB anisotropies, in the context of general relativity. Skills aimed to the interpretation of the COBE, WMAP, Planck satellite main results.

Text books. Coles and Lucchin, *Cosmology*, Wiley Dodelson, *Modern cosmology*, Academic Press Longair, *Galaxy formation*, Springer Peacock, *Cosmological physics*, Cambridge University Press.

Exam mode. Oral exam

STATISTICAL LEARNING AND HIGH DIMENSIONAL DATA-II Semestre – 8 CFU – settore MAT/06 – 64 ore di lezione in aula

Prof. D. De Canditiis

Programma. Prerequisiti. Faremo ampio uso di algebra lineare, di concetti base di teoria della probabilità (in particolare variabili casuali multivariate, concetto di correlazione), di inferenza statistica di base (in particolare regressione lineare anche solo unidimensionale). Gli studenti sono tenuti ad avere familiarità con MATLAB.

Definizione generale di un problema inferenziale. Il disegno sperimentale e l'estrazione delle caratteristiche. Inferenza supervisionata e non supervisionata. Assunzioni di base, definizione generale di funzione Perdita e di funzione Rischio. La validazione del modello.

La classificazione come problema supervisionato: cosa è e perché usarla. Definizioni di base: funzione perdita, funzione Rischio, Classificatore di Bayes, funzioni discriminanti, regioni decisionali e contorni decisionali. Metodi di classificazione: Linear Discriminant Analysis (LDA), Quadratic Discriminant Analysis (QDA), il metodo dei vicini-più-vicini, classificazione logistica, Support Vector Machine (S.V.M.), alberi di classificazione (C.A.R.T.), bagging tree e boosted tree. Il problema della dimensionalità per problemi di classificazione e tecniche per affrontarlo: le componenti discriminanti lineari, la selezione delle variabili e la penalizzazione L1. Esempi di varia natura.

La regressione come problema supervisionato: cosa è e perché usarla. Definizioni di base: funzione perdita e funzione Rischio. Metodi lineari come la regressione lineare semplice e multipla. Strategie per trattare il problema della dimensionalità dei dati: selezione del modello per passi successivi, l'analisi delle componenti principali (PCA), metodi di regolarizzazione tipo L2 (Ridge regression) e tipo L1 (LASSO). Metodi lineari e non lineari per l'analisi di dati funzionali basati su una espansione in una base (Splines, Fourier, Wavelet) oppure basati su una espansione in un dizionario qualsiasi (Gabor, RDWT, random). Tecniche di regolarizzazione alla Tikonov (es. Filtro di Wiener per l'analisi di dati funzionali) e di regolarizzazione alla LASSO (es. soft thresholding per l'analisi di dati funzionali). Il problema della dimensionalità per problemi di regressione e la scalabilità algoritmica: costo per iterazione del metodo del gradiente discendente e regolarizzazione attraverso un arresto precoce dell'iterazione (Regularization via early stopping); Esempi di varia natura.

Pattern Classification R. O. Duda, P. E. Hart, D.G. Stork. John Wiley & Sons, 2000

Obiettivi di apprendimento. L'obiettivo di questo corso è di fornire agli studenti le conoscenze teoriche e le intuizioni di base necessarie per utilizzare ed eventualmente sviluppare efficaci soluzioni per l'analisi di dati in problemi reali e di diversa natura.

Testi consigliati. The Elements of Statistical Learning T. Hastie, R. Tibshirani & J. Friedman. Springer

Series in Statistics (second edition)

http://statweb.stanford.edu/~tibs/ElemStatLearn/printings/ESLII_print10.pdf

Modalità di esame. Allo studente verrà chiesto di scrivere una piccola tesina (programma Matlab) in cui si analizza un data set reale. La prova orale consiste nella discussione della tesina.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese

Program. General definition of an inferential problem. The experimental design and feature extraction. Supervised and unsupervised inference. Basic assumptions, general definition of loss function and risk function. The model validation.

The classification as a supervised problem: what is it and why use it. Basic definitions: loss function, risk function, Bayes classifier, discriminant functions, decision regions and decision boundaries. Classification Methods: Linear Discriminant Analysis (LDA), Quadratic Discriminant Analysis (QDA), the Nearest-Neighbors method, logistics classification, Support Vector Machine (S.V.M.), classification trees (C.A.R.T.), bagging tree and boosted tree. The problem of dimensionality for classification problems and techniques to deal with it: linear discriminant components, variable selection and L1 penalization. Examples.

The regression as supervised problem: what is it and why use it. Basic definitions: loss function and risk function. Linear methods such as simple and multiple linear regression. Strategies for dealing with high dimensional data: model selection, type L2 regularization methods (Ridge regression) and type L1 regularization methods (LASSO). Linear and nonlinear methods for functional data analysis: Basis expansion (Splines, Fourier, wavelet) or dictionary expansion (Gabor, RDWT, random). Tikonov regularization techniques (eg. Wiener Filter for functional data analysis) and LASSO regularization (eg. Soft-thresholding for functional data analysis). Regression problems for high dimensional data and algorithmic scalability: the cost per iteration of the gradient method and regularization through early stopping; the principal component analysis (PCA) and the reduction of dimensionality. Examples.

Pattern Classification R. O. Duda, P. E. Hart, D.G. Stork. John Wiley & Sons, 2000

Learning objective. The goal of this course is to provide students with the theoretical knowledge and basic insights need to operate and possibly develop effective solutions for the analysis of real data problems.

Text books. The Elements of Statistical Learning T. Hastie, R. Tibshirani & J. Friedman. Springer Series in Statistics (second edition)

http://statweb.stanford.edu/~tibs/ElemStatLearn/printings/ESLII_print10.pdf

Exam mode. Students will be asked to write a Matlab program for analyzing an actual data set and to discuss it.

STORIA DELLA SCIENZA - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/04 - 64 ore di lezione in aula

Prof. L. Russo.

Programma. Conoscenze pre-scientifiche e scienza: cenni al problema della demarcazione. La filosofia naturale della Grecia classica. Metodo e risultati della scienza ellenistica. Il Rinascimento scientifico. L'età galileiana. Principali caratteristiche della scienza settecentesca. La nascita delle principali teorie dell'Ottocento: geometrie non euclidee, termodinamica, elettromagnetismo, chimica, teoria dell'evoluzione. Crisi della scienza esatta nel primo Novecento. Sviluppo dell'informatica e sue conseguenze. Mutamenti del rapporto tra scienza e tecnologia.

Obiettivi di apprendimento. Obiettivo principale del corso è lo sviluppo, attraverso l'analisi diacronica, di un atteggiamento critico verso i problemi metodologici riguardanti le teorie scientifiche e i loro criteri e limiti di applicabilità. Altro obiettivo è quello di raggiungere, attraverso lo studio della

loro origine storica, una comprensione più profonda dei concetti scientifici attuali. Infine lo studio della storia della scienza dovrà servire a integrare in modo essenziale la ricostruzione di un quadro storico generale più consapevole.

STORIA E DIDATTICA DELLA MATEMATICA- I Semestre - 8 CFU - settore MAT/04 - 64 ore di lezione in aula

Prof. F. Ghione.

Programma. Il corso intende illustrare un possibile uso della storia della matematica in ambito didattico prendendo in esame alcuni argomenti fondamentali presenti nei programmi delle scuole di primo e secondo grado. In particolare, pur essendo un corso aperto a trattare argomenti di maggiore interesse per gli studenti, si intenderebbe prendere in esame l'origine e gli sviluppi dell'Algebra confrontando la così detta Algebra geometrica euclidea, con l'Algebra che si è sviluppata nella tradizione araba del IX, X e XI con al-Kwharizmi, al-Khayyam, e al-Tusi arrivando agli sviluppi rinascimentali in Italia culminanti dell'Algebra di Bombelli del 1572. Si utilizzerà una metodologia didattica di tipo laboratoriale avviando gli studenti a una lettura commentata dei testi classici e ad una loro rielaborazione in termini didattici.

Obiettivi di apprendimento. Collocare la matematica che si insegna nelle scuole secondarie in un contesto storico.

Testi consigliati. Catastini, Ghione, Rashed. Algebra. Origini e sviluppi tra mondo arabo e mondo latino, Carocci 2015

Lobacevskij, Nuovi principi della geometria, Boringhieri 1955

b. a. rosenfeld a history of non-euclidean geometry, springer, 1988

Modalità di esame. Esame scritto e orale

Program. The rise of Algebra The non-euclidean geometry.

Learning objectives. To place the teaching of mathematics in its historic context.

Text books. Catastini, Ghione, Rashed. Algebra. Origini e sviluppi tra mondo arabo e mondo latino, Carocci 2015

Lobacevskij, Nuovi principi della geometria, Boringhieri 1955

b. a. rosenfeld a history of non-euclidean geometry, springer, 1988

Exam mode. Written and oral exam.

SUPERFICI DI RIEMANN – II Semestre – 8 CFU – settore MAT/03 - 64 ore di lezione in aula

Prof. M. Nachinovic

Programma. Il piano complesso e la sfera di Riemann. Geometrie piane elementari.

Richiami sulla teoria delle funzioni olomorfe di una variabile complessa.

Rappresentazioni conformi.

La nozione di superficie di Riemann. Analisi sulle superfici di Riemann.

Il teorema di uniformizzazione.

Superfici paraboliche.

Gruppo di Moebius e suoi sottogruppi. Superfici di Riemann iperboliche.

Curve algebriche.

Divisori e teorema di Riemann-Roch.

Differenziali abeliani. Teorema di Abel e problema di Jacobi.

Superfici iperellittiche, Varietà di Jacobi. Teorema di Torelli.

Automorfismi e teorema di Hurwitz.

Obiettivi di apprendimento. Lo studio delle superfici di Riemann costituisce un'introduzione a numerosi aspetti della matematica: dalla topologia, alla geometria differenziale ed algebrica, all'analisi ed è importante in alcuni sviluppi della fisica teorica. Il corso si propone di permettere allo studente di padroneggiare conoscenze e strumenti che gli saranno utili in qualsiasi settore a cui si vorrà dedicare.

Testi consigliati. Hershel M. Farkas, Irwin Kra, "Riemann Surfaces" Springer-Verlag, NY USA , Graduate Texts in Mathematics 71,II ed., 1991, pp. XIII+363 Olli Lehto, "Univalent functions and Teichmüller spaces" Springer-Verlag NY USA, Graduate Texts in Mathematics 109, 1987, pp. XII+257

Modalità di esame. Esame orale finale e (possibili) attività seminariali

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese

Program. The complex plane and the Riemann sphere. Applications plane geometries.

Overview on holomorphic functions of a complex variable.

Conformal mappings.

The notion of a Riemann surface. Analysis on Riemann surfaces.

The uniformization theorem.

Parabolic surfaces.

The Möbius group and its subgroups. Hyperbolic Riemann surfaces.

Algebraic curves.

Divisors and Riemann-Roch theorem.

Abelian differentials. Abel and Jacobi theorems.

Hyperelliptic surfaces. Jacobi varieties. Torelli theorem.

Automorphisms and Hurwitz theorem.

Learning objectives. Riemann surfaces are a nice introduction to several mathematical subjects: e.g. topology, differential and algebraic geometry, analysis, and plays a key role in some developments of theoretical physics. This course aims to bring the student to master notions and tools that he will find useful in any part of mathematics he would address.

Testi consigliati. Hershel M. Farkas, Irwin Kra, "Riemann Surfaces" Springer-Verlag, NY USA , Graduate Texts in Mathematics 71,II ed., 1991, pp. XIII+363 Olli Lehto, "Univalent functions and Teichmüller spaces" Springer-Verlag NY USA, Graduate Texts in Mathematics 109, 1987, pp. XII+257

Exam mode. Final oral examination and (optional) seminars

ALGORITMI E STRUTTURE DATI 2

Dott. F. Pasquale – I Semestre – 6 CFU – settore INF/01 - 48 ore di lezione in aula

Programma. 1. Progettare algoritmi efficienti. Riepilogo delle tecniche più efficaci per progettare algoritmi efficienti: Greedy, Divide et Impera, Programmazione dinamica, Riduzioni.

2. Problemi computazionalmente difficili.

La teoria dell'NP-completezza da un punto di vista algoritmico. Affrontare i problemi computazionalmente difficili: ricerca esaustiva, algoritmi approssimanti, euristiche. I problemi computazionalmente difficili come risorsa: il protocollo RSA e i fondamenti della crittografia a chiave pubblica. La matematica dietro le scene: Teoria dei numeri.

3. Algoritmi probabilistici.

Il ruolo della "randomness" negli algoritmi: (1) progettare algoritmi più semplici; (2) progettare algoritmi più efficienti; (3) rompere la simmetria. Le tecniche per analizzare gli algoritmi probabilistici.

Alcune semplici idee algoritmiche che hanno avuto un impatto significativo: i motori di ricerca e il problema del "ranking". La matematica dietro le scene: Algebra lineare e catene di Markov. Cenni ad algoritmi on-line e algoritmi che "imparano".

Obiettivi di apprendimento. Consolidare le competenze fondamentali per la progettazione e l'analisi di algoritmi efficienti

- Potenziare le capacità di astrazione e "problem solving"

Testi consigliati. Sanjoy Dasgupta, Christos Papadimitriou, Umesh Vazirani Algorithms McGraw Hill, 2006 Jon Kleinberg, Eva Tardos Algorithm Design Addison Wesley, 2005

Modalità di esame. Esame scritto e orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese

Program. 1. Design of efficient algorithms.

Summary of the main techniques used in the design of efficient algorithms: Greedy, Divide and Conquer, Dynamic Programming, Reductions.

2. Computationally-hard problems.

The algorithmic point of view on the theory of NP-completeness. Coping with hard problems: Exhaustive search, Approximation algorithms, Heuristics.

Hard problems as a resource: RSA protocol and fundamentals of public-key cryptography. Mathematical background: Number theory.

3. Randomized algorithms.

The role of randomness in algorithms and computing: (1) design simpler algorithms; (2) make algorithms more efficient; (3) break symmetry. The main tools used in the analysis of randomized algorithms.

Some simple algorithmic ideas with major impact: search engines and the "ranking" problem. Mathematical background: Linear algebra and Markov chains.

Hints at on-line and learning algorithms.

Learning objectives. Master the fundamental principles of design and analysis of efficient algorithms
Boost problem solving skills

Text books. Sanjoy Dasgupta, Christos Papadimitriou, Umesh Vazirani Algorithms McGraw Hill, 2006 Jon Kleinberg, Eva Tardos Algorithm Design Addison Wesley, 2005

Exam mode. Written and oral exam.

TEORIA DEI FIBRATI - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/03 - 64 ore di lezione in aula

Prof. F. Bracci

Programma. Richiami di teoria di varietà differenziabili e complesse; fascio di struttura di una varietà; spazio tangente; sottovarietà regolari e teoremi di taglio; immersioni e sottovarietà immerse; sommersioni, fibrazioni e fibrati; fibrati vettoriali; sezioni di fibrati; operazioni sui fibrati; metriche lungo le fibre; fibrati lineari e gruppo di Picard; campi di vettori e foliazioni; il teorema di Frobenius; l'operatore differenziale esterno; coomologia di de Rham; strutture complesse e operatore debar; metriche e varietà Kaehleriane; fasci di moduli e coomologia di Cech; connessioni sui fibrati vettoriali; classe di Atiyah; varie nozioni di curvatura di una connessione; classi di Chern; il teorema di de Rham astratto; teoria di Chern-Weil.

Obiettivi di apprendimento. Apprendimento della materia in oggetto.

Testi consigliati. Note del docente.

Modalità di esame. Soluzione di esercizi durante il corso, esame orale finale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese

Program. Preliminaries on complex and differentiable manifolds; the sheaf of structure of a manifold; tangent space; regular submanifolds and the rank theorem; immersions and embeddings; submersions, fibrations and fiber bundles; vector bundles; sections of vector bundles; operations on vector bundles; metrics along the fibers; line bundles and Picard's group; vector fields and foliations; Frobeniusâ theorem; the exterior differential operator; de Rham's cohomology; complex structures and debar operator; metrics and Kaehler manifolds; sheaves of modules and Cechâ cohomology; connections on vector bundles; Atiyah's class; different notions of curvatures of a connection; Chern's classes; abstract de Rham theorem; Chern-Weil's theory.

Learning objectives. To learn the subject.

Text book. Lecture notes .

Exam mode. Problems sessions during the course and final oral exam.

TEORIA DEI GIOCHI E PROGETTO DI RETI - I Semestre - 9 CFU - settore MAT/09 - 90 ore di lezione in aula

Prof. P. Oriolo

Programma. 1. Giochi in forma normale. equilibri di Nash. Pareto ottimalità. strategie debolmente e strettamente dominanti. Strategie conservative. Payoff e preordini totali.

2. Un' applicazione delle strategie dominanti: i meccanismi di asta. Aste di primo prezzo e aste secondo prezzo (o di Vickrey). Un'applicazione degli equilibri di Nash: la legislazione di incidente.

3. Giochi antagonistici e a somma zero. Punti di sella ed equilibri di Nash per giochi a somma zero. Giochi strettamente competitivi.

4. Estensione in strategia mista di un gioco antagonistico. L'esistenza di un equilibrio nella strategia mista per i giochi antagonistico e valore del gioco. Il teorema di von Neumann. Bluff, underbid e poker di Kuhn.

5. i giochi cooperativi. Nucleo di un gioco. Il teorema di Bondareva-Shapley. I mercati con utilità trasferibile. Giochi semplici e valore di Shapley.

6. Giochi cooperativi con l'utilità non trasferibile. Il problema dell'house allocation. Il problema dello stable marriage.

7. Albero ricoprente di peso minimo: teoria e algoritmi esatti. Alberi di Steiner: teoria ed algoritmi risolutivi esatti ed approssimati. Algoritmo primale duale e meccanismi di cost sharing. Giochi con alberi di Steiner.

8. Facility location: teoria ed algoritmi risolutivi esatti ed approssimati. Doppio schemi primordiale. Algoritmo primale duale e meccanismi di cost sharing. Facility location games.

9. Routing and congestion games. Il paradosso Braess. Il prezzo dell'anarchia.

Obiettivi di apprendimento. Lo scopo di questo corso è quello di introdurre la teoria dei giochi e il progetto di reti. Diversi esempi di giochi, problemi su reti e giochi su reti saranno presentati e risolti per mezzo di tecniche di ottimizzazione, principalmente programmazione lineare e intera.

Testi consigliati. 1. An introduction to Game Theory. Martin J. Osborne; Oxford University press.

2. Algorithmic Game Theory. Edited by Noam Nisan, Tim Roughgarden, Eva Tardos, Vijay V. Vazirani; Cambridge University Press.

3. Approximation Algorithms. V.V. Vazirani; Springer.

4. Dispense a cura del docente.

Modalità di esame. Esame scritto

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese

- Program.** 1. Games in normal form. Nash equilibria. Pareto optimality. Weakly and strictly dominant strategies. Conservative strategies. Payoff and total preorders.
2. An application of dominant strategies: auction mechanisms. First price and second price (Vickrey) auctions. An application of Nash equilibria: law of accident.
3. Zero-sum games. Saddle points and Nash equilibria for zero-sum games. Strictly competitive games.
4. Extension in mixed strategy of a game. Existence of an equilibrium in mixed strategy for zero-sum games. Von Neumann's theorem. Bluff, underbid and Kuhn's poker.
5. Cooperative games. Core of a game. The theorem of Bondareva-Shapley. Markets with transferable utility. Shapley value. Simple games.
6. Cooperative games with nontransferable utility. The house allocation problem. The stable marriage problem.
7. Minimum spanning tree: theory and exact algorithms. Steiner trees: theory and approximate algorithms. Primal dual schemes. Cost sharing mechanisms. Steiner trees games.
8. Facility location: theory and exact approximate algorithms. Primal dual schemes. Facility location games.
9. Routing and congestion games. Braess paradox. The price of anarchy.

Learning objectives. The aim of this class is to introduce game theory and network design. Several examples of games, network problems and games on networks will be presented and solved by means of optimization techniques, mainly linear and integer programming.

- Text books.** 1. An introduction to Game Theory. Martin J. Osborne; Oxford University press.
2. Algorithmic Game Theory. Edited by Noam Nisan, Tim Roughgarden, Eva Tardos, Vijay V. Vazirani; Cambridge University Press.
3. Approximation Algorithms. V.V. Vazirani; Springer.
4. Lecture Notes

Exam mode. Written Exam

TEORIA DELLE RAPPRESENTAZIONI 1 - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/02 - 64 ore di lezione in aula

Prof. E. Strickland

Programma. Algebre di Lie. Ideali. Rappresentazione aggiunta. Algebre risolubili e nilpotenti. Teoremi di Lie e Engel. Forma di Killing. Criterio di Cartan. Algebre semisemplici. Sottoalgebre di Cartan. Decomposizione di Cartan. Sistemi di radici. Radici semplici. Sistemi di radici di rango 2. Grafi di Coxeter. Diagramma di Dynkin. Classificazione delle algebre di Lie semisemplici. Rappresentazioni e loro classificazione. Teorema di PBW.

Obiettivi di apprendimento. Il corso ha lo scopo di introdurre ad una teoria algebrica tra le più affascinanti e basilari nell'algebra avanzata, propedeutica per qualunque altro corso su strutture algebriche correntemente in uso. I prerequisiti sono le nozioni di base di algebra 1 e 2.

Testo Consigliato. Humphreys J., "Introduction to Lie algebras and representation theory." Springer-Verlag, New York-Berlin

Modalità di esame. Esame orale

Program. Lie algebras: definition and examples. Adjoint representation. Solvable and nilpotent algebras. Theorems of Lie and Engel. Killing form. Cartan criterion. Casimir element. Semisimple algebras.

Cartan subalgebras. Cartan decomposition. Cartan matrices. Root systems. Rank 2 examples. Simple roots. Weyl chambers. Weyl group. Coxeter graphs. Dynkin diagrams. Classification of root systems. Automorphisms of semisimple Lie algebras. Groups of graph automorphisms of a Lie algebra. Isomorphism theorem for root systems. Weight spaces. Borel subalgebras. Cartan subalgebras. Engel subalgebras. The universal enveloping algebra. PBW theorem. Chevalley algebras.

Learning objectives. provide the fundamentals of a series of topics in advanced algebra, which are essential tools for the understanding of algebraic structures and their representations.

Text book. Humphreys J. "Introduction to Lie algebras and representation theory". Springer-Verlag, New York-Berlin

Exam mode. individual seminars and oral test.

WEB MINING AND RETRIEVAL - II Semestre - 9 CFU - settore ING-INF/05 - 72 ore di lezione in aula

Prof. R. Basili

Programma. Sezione I: Machine Learning e Learning basato su kernel. Richiami. Metodi Supervised. Metodi probabilistici e generativi. Metodi Unsupervised. Clustering. Metriche di similarità semantica. Metodi agglomerativi. K-mean. Modelli Markoviani. Hidden Markov Models Kernel-based kernels. Kernel polinomiali e RBF. String Kernels. Tree kernels. Latent Semantic kernels. Semantic kernels. Applicazioni. Sezione II: Statistical Language Processing Supervised Language Processing tools. HMM-based POS tagging. Named Entity Recognition. Statistical parsing. PCFGs: Charniak parser. Modelli di Parsing Lessicalizzati. Shallow Semantic Parsing: kernel based semantic role labeling. Information Extraction. Sezione III: Web Mining & Retrieval. Modelli di ranking per il Web. Introduzione alla Social Network Analysis: rango, centralità. Modelli di random walk: Page Rank. Motori di ricerca. SEO. Google. Sistemi di Question Answering. Open-domain Information Extraction. Acquisizione di Conoscenza da Wikipedia. Social Web. Algoritmi su grafi per la community detection. Introduzione all'Opinion Mining e al Sentiment Analysis.

Obiettivi di apprendimento. Il Web è la più grande collezione di informazione in formato digitale attualmente disponibile in modo pubblicamente accessibile. Il corso affronta gli aspetti teorici e realizzativi che ne consentono lo sfruttamento, dai processi di indicizzazione, accesso e recupero di informazione alla acquisizione di conoscenza da grandi collezioni di dati distribuite geograficamente. Le finalità del corso sono di: Approfondire tematiche legate all'apprendimento automatico, presentando i metodi avanzati di induzione di conoscenza dai dati. Conoscere i diversi modelli utilizzati nei motori di ricerca per il WWW e nelle loro declinazioni semantiche (Semantic Enterprise Search). Conoscere le tecnologie avanzate di Intelligenza Artificiale applicata al Web, per il trattamento linguistico dei testi (Natural Language Processing) e sperimentarne la applicazione nei domini del Social Web in problemi di Semantic document management, Link Analysis e Opinion Mining. Strumenti e tool per la progettazione di sistemi di Web retrieval basati su Machine Learning verranno resi disponibili durante il Corso in lezioni di laboratorio dedicate. In progetti dedicati verranno progettate e sperimentate piattaforme per task di Statistical Language Processing, Link Analysis ed Opinion Mining nell'ambito dei Web-based Content Management Systems.

Testi consigliati. Christopher D. Manning, Prabhakar Raghavan and Hinrich Schütze, Introduction to Information Retrieval, Cambridge University Press, 2008. Consultabile on-line C.M. Bishop "Pattern Recognition and Machine Learning" Springer, 2006. Roberto Basili, Alessandro Moschitti, Text Categorization: from Information Retrieval to Support Vector Learning, ARACNE Editore, 2005. Bing Liu, Web Data Mining: Exploring Hyperlinks, Contents, and Usage Data. 2nd Edition, July 2011, Springer. Note del docente e articoli scientifici distribuite durante il corso.

Modalità di esame. Esame completo (senza esoneri). Prova scritta con Test Risposta Multipla e Domande Aperte (90% della valutazione finale). Discussione orale di un progetto sperimentale (facoltativo) o un lavoro scientifico a scelta (10%)

Esame basato su esoneri. Esonero metà del Corso con Test Risposta Multipla e Domande Aperte (45% della valutazione finale). Esonero Finale con Test Risposta Multipla e Domande Aperte (45%)
Discussione orale di un progetto sperimentale (facoltativo) o un lavoro scientifico a scelta (10%)

○○○

Per ulteriori informazioni si possono contattare i siti:

<http://uniroma2public.gomp.it/manifesti/render.aspx?UID=6b0da322-a74b-4995-9d00-975ab21181b1>

<http://www.mat.uniroma2.it/didattica/docenti1718.php>

<http://www.mat.uniroma2.it/didattica>