Corso di Laurea Magistrale in MATEMATICA PURA ED APPLICATA
(LM-40 Matematica)

INFORMAZIONI
Segreteria didattica: Sig.ra Laura Filippetti, tel. 06 72594839
Coordinatore corso di laurea magistrale: Prof. Daniele Guido
Sito web: http://www.mat.uniroma2.it/didattica/
E-mail dida@mat.uniroma2.it

Il Corso di Laurea in Matematica Pura ed Applicata si inquadra nella Classe delle Lauree Magistrali in Matematica (Classe LM-40 del DM 16 Marzo 2007 "Determinazione delle classi di laurea") ed afferisce al Dipartimento di Matematica (DM). La durata del Corso di Laurea è normalmente di due anni.

Il corso di laurea magistrale in Matematica Pura e Applicata (MPA) si propone di sviluppare competenze e conoscenze avanzate in vari settori della matematica, garantendo ai suoi iscritti ampia possibilità di approfondimento sia degli aspetti teorici di questa disciplina che delle sue applicazioni.

Sono possibili percorsi formativi differenziati, atti ad integrare e completare la formazione matematica di ciascuno studente. Tuttavia, in ogni ambito vengono sottolineati gli aspetti metodologici al fine di assicurare una profonda comprensione della materia e la capacità di aggiornare costantemente le competenze acquisite. Con l'intento di accrescere le capacità di autonomia degli studenti, e per permettere la formulazione di piani di studio che si adattino alle esigenze di una società in rapida evoluzione, si è previsto un elevato grado di libertà nella scelta degli insegnamenti.

Il percorso formativo è caratterizzato dalla presenza, all'inizio, di insegnamenti intesi a fornire un quadro ampio e organico di argomenti di carattere avanzato nelle discipline fondamentali (algebra, analisi, geometria, fisica matematica, analisi numerica, probabilità). Successivamente, sono offerti insegnamenti a carattere specialistico, volti ad accogliere specifici interessi sviluppati dagli studenti, nonché a coadiuvare lo svolgimento del lavoro di tesi, cui è attribuita una valenza determinante per il compimento del ciclo di studi.

Oltre ad avere un'approfondita conoscenza sia degli aspetti disciplinari sia di quelli metodologici della matematica, i laureati magistrali in MPA devono essere in grado di esprimere le proprie conoscenze in contesti professionali sia specifici sia interdisciplinari. Lo studente viene altresì sollecitato ad acquisire un contatto diretto con la letteratura matematica, anche a livello di ricerca, e ad affinare le capacità individuali di orientarsi nella consultazione di testi e nella creazione di bibliografie sia in italiano che in inglese. La redazione della prova finale costituisce, tra l'altro, una verifica dell'acquisizione di queste competenze e della padronanza delle tecniche usuali della comunicazione scientifica in ambito matematico.

Grazie alla sua formazione, il laureato magistrale in MPA potrà, a seconda dei casi, proseguire negli studi partecipando a programmi di dottorato in discipline matematiche o inserirsi nel mondo del lavoro, sia utilizzando le specifiche competenze acquisite che valorizzando le sue capacità di flessibilità mentale e di collaborazione con altri esperti.

Grazie alle conoscenze e alle competenze acquisite, ivi inclusa la mentalità flessibile e l'esperienza accumulata nell'analisi e soluzione di problemi, i laureati magistrali in Matematica Pura e Applicata potranno disporre di un'ampia gamma di sbocchi occupazionali e professionali. I settori più indicati sono quelli in cui la matematica svolge un ruolo centrale sotto il profilo applicativo o teorico, o quantomeno costituisce un ambito chiaramente correlato quanto a importanza quali, ad esempio,

. • l’elaborazione e l’analisi di modelli a supporto dei processi industriali;
. • l’analisi statistica dei dati;
. • l’insegnamento;
. • la diffusione della cultura scientifica;
. • l’avviamento alla ricerca pura e applicata in un corso di dottorato;
. • l’informatica e la telematica.

Inoltre, qualora il corso di laurea magistrale in Matematica Pura e Applicata si innesti su un corso di laurea triennale in discipline affini, sarà possibile un pronto inserimento dei laureati anche in professioni o campi di studio differenti. Un’analisi recente dei diversi impieghi ad alto livello dei laureati in Matematica in Italia si può trovare sul sito: http://mestieri.dima.unige.it/.

Per conseguire la Laurea Magistrale in matematica Pura ed Applicata lo studente deve aver acquisito complessivamente 120 crediti (CFU) nell’ambito delle varie attività didattiche. L’attività formativa prevede insegnamenti teorici e pratici suddivisi in moduli didattici caratterizzanti, moduli didattici di materie affini o integrative, moduli didattici concernenti attività formative complementari. I risultati della preparazione vengono verificati nel corso di prove individuali di esame e nell’ambito dell'elaborazione della prova finale. Tutti i percorsi formativi danno ampio spazio a esercitazioni e ad attività di tutorato e di laboratorio. La ripartizione delle attività formative per il Corso di Laurea Magistrale in Matematica pura ed Applicata è contenuto nell'Ordinamento del Corso di Laurea, disponibile alla pagina http://www.mat.uniroma2.it/didattica/regole.php del sito del corso di Laurea Magistrale in matematica Pura ed Applicata

Il numero massimo di crediti riconoscibili in base al D.M. 16/3/2007 art. 4 è 12.
La prova finale per il conseguimento della Laurea Magistrale richiede la stesura di una tesi elaborata in modo originale dallo studente, comprendente la redazione di un documento scritto (eventualmente anche in lingua inglese) e una prova seminariale conclusiva. La scelta dell'argomento della tesi deve essere concordata con un docente scelto dallo studente, che svolge le funzioni di relatore. La tesi dovrà evidenziare nei suoi contenuti la maturità culturale del laureando in un'area disciplinare attinente alla sua formazione curriculare. La prova finale verrà valutata in base alla originalità dei risultati, alla padronanza dell’argomento, all'autonomia e alle capacità espositiva e di ricerca bibliografica mostrate dal candidato.

I crediti relativi alle attività didattiche caratterizzanti, e affini o integrative sono acquisiti seguendo moduli didattici, e superando i relativi esami, secondo il piano delle attività formative ed in base alla programmazione didattica definiti dal Consiglio di Corso di Laurea. I crediti relativi alle attività a scelta dello studente, così come i crediti relativi alle attività art.10, comma 5 lett. d, vengono normalmente acquisiti da parte dello studente mediante la frequenza di insegnamenti scelti, mediante la formulazione di un piano di studi, nell’ambito delle opzioni proposte dal Consiglio del Dipartimento di Matematica (CDM). Modalità diverse di acquisizione di tali crediti proposte dallo studente verranno valutate dal CDM in riferimento agli obiettivi formativi del corso di laurea ed alla valenza culturale complessiva del piano di studio proposto.

Schema del piano di studio
Attività formative caratterizzanti 44 CFU

Formazione affine ed integrativa 28 CFU
Formazione a scelta 16 CFU
Prova finale 27 CFU
Altre attività formative (ulteriori attività formative
art.10, comma 5, lettera d) 5 CFU

Attività Formative Caratterizzanti: 44 CFU
CAM 1 (6 CFU)
CAM 2 (6 CFU)
Corsi a scelta nei settori disciplinari MAT01/MAT05 per un totale di 16 CFU
Corsi a scelta nei settori disciplinari MAT06/MAT09 per un totale di 16 CFU.

Formazione Affine ed Integrativa: 28 CFU
Laboratorio di Calcolo 4CFU
Corsi a scelta per 24 CFU nei settori affini (dei quali 16 CFU al massimo di settori MAT)

Formazione a scelta Corsi per 16 CFU a libera scelta

Attività formative per Prova Finale 27 CFU

Lo studente dovrà inoltre scegliere almeno 4 settori MAT diversi ed almeno un corso in ciascuna delle seguenti coppie di settori: MAT02/MAT03 MAT05/MAT07 MAT06/MAT08

Di norma entro il mese di ottobre, lo studente presenta al Consiglio di Dipartimento una proposta di piano di studio. Il CdD valuterà entro il mese di dicembre il piano di studio proposto. Qualora l'iscrizione alla LM avvenga in un periodo diverso dell'anno, s'intende che il piano di studio va presentato entro un mese dall'iscrizione e che il CdD è tenuto a valutarlo entro il mese successivo. I piani di studio vengono preventivamente valutati da una apposita commissione che verifica la loro coerenza con gli obiettivi formativi. Il piano di studio non può comprendere insegnamenti i cui programmi siano stati già svolti da insegnamenti relativi al conseguimento dei 180 CFU della laurea triennale.

Modalità e requisiti di ammissione al Corso di Laurea magistrale
Il Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata non è ad accesso programmato.

Per essere ammessi al corso occorre essere in possesso della laurea o del diploma universitario di durata triennale, ovvero di un altro titolo di studio conseguito all'estero riconosciuto idoneo. Sono inoltre richiesti specifici requisiti curriculari, caratteristici delle lauree in discipline matematiche. La natura interdisciplinare della matematica rende possibile anche a studenti che abbiano conseguito la laurea in altri settori, di accedere alla laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata purché in possesso dei suddetti requisiti.

Tutti gli studenti che intendano immatricolarsi sono invitati a farne richiesta secondo le modalità previste dall'ateneo. Le domande pervenute saranno esaminate dal Coordinatore del Corso di Studio, ed eventualmente da una commissione. La valutazione seguirà comunque i seguenti criteri:

• Verranno accolte tutte le domande di studenti in possesso di laurea in Matematica conseguita nel nostro ateneo.

• Per tutti gli altri studenti, la commissione valuterà il possesso delle conoscenze e competenze necessarie per l'accesso sulla base della documentazione presentata. Ove necessario, la commissione potrà richiedere ulteriori informazioni relative al curriculum, eventualmente tramite un colloquio di natura non tecnica.
• Indicativamente, verranno accolte le domande di tutti i laureati triennali delle classi L-32 (DM 509/1999) e L-35 (DM 270/2004) provenienti da qualsiasi ateneo italiano (o di studenti in possesso di analogo titolo di studio estero).
• La commissione potrà consigliare e/o autorizzare l'inserimento, nel piano di studio della laurea magistrale, di uno o più insegnamenti della laurea triennale in matematica -non già inclusi nell'offerta formativa relativa alla laurea magistrale -per un massimo di 24 CFU.

Si invitano gli interessati a richiedere un parere preventivo ed informale da parte della Commissione scrivendo a dida@mat.uniroma2.it e allegando il proprio curriculum studiorum con elenco degli esami sostenuti, completo di crediti formativi, settori disciplinari e programmi relativi.

Calendario 2014/15
Gli insegnamenti del primo semestre si terranno dal 29 Settembre 2014 al 19 Dicembre 2014. Quelli del secondo semestre, dal 2 marzo 2015 al 5 Giugno 2015. Il 24 Settembre 2014 alle ore 10.00, in aula L3, si terrà un incontro con gli studenti nel quale i docenti illustreranno brevemente i programmi dei corsi.

Vita pratica
La maggior parte delle informazioni è riportata nel sito web del Corso di Studi: http://mat.uniroma2.it/didattica. Informazioni si possono anche ottenere per posta elettronica all'indirizzo dida@mat.uniroma2.it oppure rivolgendosi alla segreteria del Corso di LM, Sig.ra Filippetti, tel. 06 7259 4839.

Esami
Gli insegnamenti del primo semestre prevedono due appelli nella sessione estiva anticipata (gennaio - febbraio), un appello nella sessione estiva (giugno/luglio) e uno in quella autunnale (settembre). I corsi del secondo semestre prevedono due appelli nella sessione estiva, uno in quella autunnale e uno in quella invernale.

Trasferimenti
Gli studenti che intendono trasferirsi al corso di laurea magistrale in Matematica Pura ed applicata possono richiedere un parere preventivo ed informale da parte della Commissione scrivendo a dida@mat.uniroma2.it e allegando il proprio curriculum studiorum con elenco degli esami sostenuti, completo di crediti formativi, settori disciplinari e programmi relativi. Se lo studente ottiene un parere positivo dovrà seguire le modalità previste dall'ateneo per i trasferimenti**.**
Gli studenti che si trasferiscono al Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata provenendo da altri Corsi di Magistrale, possono chiedere il riconoscimento dei crediti relativi ad esami sostenuti nel corso di studi d'origine. Il CdD valuterà di volta in volta le singole richieste.

Programmazione didattica A.A. 2014/15
Le istruzioni seguenti si riferiscono alla Laurea Magistrale relativa all'ordinamento del D.M. 270/04. Gli studenti iscritti alla Laurea Specialistica in Matematica o alla Laurea Specialistica in Matematica Applicata potranno naturalmente completare il proprio corso di studi in base al vecchio ordinamento.

Gli studenti delle Lauree Specialistiche possono rivolgersi al Coordinatore dei Corsi di Laurea in Matematica per indicazioni specifiche.

I SEMESTRE
Teoria della misura (CAM/1) (6 CFU) - attività caratterizzante – obbligatoria

* Complementi di fisica (CF) (8 CFU)
Complementi di probabilità (CP) (8 CFU)
Elementi di analisi numerica (8 CFU)
Equazioni differenziali (8 cfu)
Geometria complessa (8 CFU)
Geometria differenziale (8 CFU)
*MMMF : Metodi e modelli dei mercati finanziari (8 CFU)
Metodi numerici per l'approssimazione 1 (8 CFU)
Metodi numerici per PDE (8 cfu)
Meccanica analitica e celeste (FM3) (8 CFU)
Meccanica statistica (8 CFU)
*Introduzione ai processi aleatori (8 cfu)
Teoria dei fibrati (8 CFU)
Teoria dei giochi e progetto di reti (9 CFU)
Teoria spettrale (EAM1) (8 CFU)

II SEMESTRE
Introduzione all'analisi funzionale (CAM2) (6 CFU) - attività caratterizzante - obbligatoria
* **Laboratorio di calcolo (4CFU) - attività affine - obbligatoria**

Analisi di Fourier (8 CFU)
*Codifica e compressione di segnali e immagini (8CFU)
Combinatoria Algebrica (8 cfu)
Complementi di analisi numerica 2 (CAN/2) (8 CFU)
Elementi di probabilità 1 (EP/1) (8 CFU)
Geometria algebrica (8 cfu)
Logica matematica (8 cfu)
*Machine learning (9 cfu)
*Progettazione di sistemi informatici (8 CFU)
Sistemi dinamici (8 cfu)
Spazi di Sobolev e soluzioni deboli (EAM/2) (8 CFU)
Storia della scienza (8 CFU)
Teoria delle rappresentazioni 1 (8 CFU)

NOTA: L'asterisco (*) indica i corsi che, se inseriti nel piano di studio, devono far parte delle attività affini o a scelta dello studente.

Ripartizione dell'offerta formativa dei settori MAT

SETTORE MAT/01: LOGICA MATEMATICA

• Logica matematica

SETTORE MAT/02: ALGEBRA
• Combinatoria algebrica
• Teoria delle rappresentazioni 1

SETTORE MAT/03: GEOMETRIA
• Geometria algebrica
• Geometria complessa
• Geometria differenziale
• Teoria dei fibrati

SETTORE MAT/04: MATEMATICHE COMPLEMENTARI
. • Storia della scienza
.
SETTORE MAT/05: ANALISI MATEMATICA
. • Analisi di Fourier
. • CAM/1: Teoria della misura
. • CAM/2:Introduzione all'analisi funzionale
. • EAM/1: Teoria spettrale
. • EAM/2: Spazi di Sobolev e soluzioni deboli
. • Equazioni differenziali
.
SETTORE MAT/06: PROBABILITÀ
. • Complementi di probabilità
. • Elementi di probabilità 1
.
SETTORE MAT/07: FISICA MATEMATICA
• Meccanica statistica
• Meccanica analitica e celeste
. • Sistemi dinamici

SETTORE MAT/08: ANALISI NUMERICA
. • CAN/2 : Complementi di analisi numerica 2
. • Elementi di Analisi numerica
. • Metodi numerici per l'approssimazione 1
• Metodi numerici per PDE

SETTORE MAT/09: RICERCA OPERATIVA
. • Teoria dei giochi e progetto di reti

Programmi dei corsi

ANALISI DI FOURIER - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/05 - 64 ore di lezione in aula
Prof. M. Picardello
Programma: spazi lineari normati. Norma L2 e ortogonalità. Successioni di Cauchy e completezza.

Norma uniforme. Convergenza uniforme e convergenza puntuale di successioni e serie di funzioni. Integrale di Lebesgue e passaggio al limite sotto il segno di integrale. Integrali multipli e Teorema di Fubini. Norme Lp. Densità delle funzioni continue in Lp. Densità delle funzioni C1 a tratti negli spazi Lp. Inclusioni fra spazi Lp. Spazi di Hilbert. Sistemi ortonormali, disuguaglianza di Bessel. Sistemi ortonormali completi, identità di Parseval e sviluppi ortonormali. Proiezioni ortogonali e migliore approssimazione nella norma hilbertiana. Serie di Fourier (trigonometriche ed in forma complessa): convergenza L2, puntuale ed uniforme. Ordine di infinitesimo dei coefficienti di Fourier. Fenomeno di Gibbs (tempo permettendo). Identità approssimate. Convoluzioni e nuclei di sommabilità (cenni)
Trasformata di Fourier in L1 ed in L2 . Trasformata di Fourier della derivata e della convoluzione. Teorema di inversione e teorema di Plancherel. Classe di Schwartz. La trasformata di Fourier nella classe di Schwartz. Classe di Paley-Wiener. Formula di somma di Poisson. Distribuzioni temperate e loro trasformata di Fourier (trattazione completa o per cenni a seconda della disponibilità di tempo). Trasformata di Fourier di distribuzioni discrete e periodiche e relazione con la serie di Fourier. Campionamento. Teorema di Shannon. Aliasing. Trasformata di Fourier discrete sue proprietà. Trasformata rapida di Fourier. Trasformata discreta dei coseni.

CAM/1: TEORIA DELLA MISURA - I Semestre - 6 CFU - settore MAT/05 - 48 ore di lezione in aula - il corso prevede ore di tutorato
Prof. R. Longo
Programma:

1. teoria generale della misura. Algebre e σ-algebre. Misure, misure finite e σ-finite, continuità monotona di una misura, misure complete e completamento. Spazi misurabili. Misure esterne, insiemi misurabili. Estensione a una σ-algebra di una misura su un'algebra, Teorema di Caratheodory. Misura di Lebesgue in R e in R^N. Insiemi boreliani e insiemi Lebesgue-misurabili. Insieme di Cantor.
2. Funzioni misurabili e loro proprietà. Funzioni misurabili e funzioni di Borel. Relazione tra misurabilità e continuità. Convergenza quasi ovunque.
3. Integrazione. Integrale di funzioni semplici non-negative. Integrale di funzioni misurabili nonnegative. Integrali di funzioni misurabili. Funzioni integrabili. Proprietà base dell'integrale. Assoluta continuità dell'integrale. Teoremi di passaggio al limite sotto il segno di integrale: Teorema di convegenza monotona, Lemma di Fatou, Teorema della convergenza dominata, e conseguenze.
4. Misure con segno. Decomposizioni di Hahn e di Jordan. Misure assolutamente continue e misure singolari, Teorema di Radon-Nikodym.
5. Spazi L^p. Loro completezza, Teorema di Riesz-Fischer. Disuguaglianze di Hölder e Minkowski e conseguenze. Cenni su spazi normati e di Banach, duale di uno spazio normato. Teorema di Hahn-Banach. Duale di L^p, $p \in [1,\infty)$.
6. σ-algebre prodotto e misure prodotto; Caso R^n. Teoremi di Fubini e Tonelli.
7. Funzioni assolutamente continue e a variazione limitata. Le funzioni monotone hanno al più un insieme numerabile di punti di discontinuità. Esempio di funzione continua mai derivabile. Lemma di Vitali. Derivabilità quasi ovunque di una funzione monotona. La funzione di Cantor. Variazione totale di funzioni a valori reali, funzioni a variazione limitata. Principali proprietà delle funzioni a variazione limitata. Integrale di Stiltjes e di Lebesgue-Stiltjes.
8. Funzioni assolutamente continue e loro proprietà base. Le funzioni assolutamente continue sono a variazione limitata. Misure su un intervallo o sulla retta, funzione di distibuzione. Relazione fra misure assolutamente continue e funzioni assolutamente continue. Teorema fondamentale del calcolo per funzioni assolutamente continue

9. Funzioni continue su uno spazio normale, Lemma di Urysohn e Teorema di estensione di Tietze. Esistenza di partizioni dell'unità su uno spazio compatto di Hausdorff.
10. Funzionali lineari positivi su C(X) (X spazio compatto di Hausdorff), Teorema di Riesz-Markov (dimostrazione nel caso X a base numerabile). Espensione al caso X localmente compatto (cenni). Proprietà di regolarità delle misure di Borel (caso separabile). Duale di C(X).

Testi consigliati: H. Royden, *Real Analysis;* W. Rudin, *Real and Complex Analysis*

Obiettivi formativi: lo studente dovrà dovrà apprendere la teoria della misura, sapendo usare gli strumenti da essa forniti, in particolare saper riconoscere vari casi particolari e risolvere esercizi di vario tipo.

Modalità di accertamento: prova orale.

CAM/2: INTRODUZIONE ALL'ANALISI FUNZIONALE - II Semestre - 6 CFU - settore MAT/05 - 48 ore di lezione in aula - il corso prevede ore di tutorato

Prof. T. Isola

Programma: 1. Spazi di Banach. Definizioni ed esempi. Norme equivalenti. Spazi normati finito-dimensionali. Spazio duale ed esempi. Il duale di C0(X). Quozienti e somme dirette di spazi normati e loro duali. Teorema di Hahn-Banach e conseguenze. Separazione di insiemi convessi. Spazi riflessivi ed esempi. Operatori limitati su uno spazio normato. Teorema dell'applicazione aperta. Teorema del grafico chiuso. Principio dell'uniforme limitatezza. Sottospazi complementari di uno spazio di Banach.
2. Topologie deboli. Spazi vettoriali topologici. Topologia definita da una famiglia di seminorme e spazi localmente convessi. Un esempio di spazio vettoriale topologico non localmente convesso. Topologia debole e topologia *debole. Funzionali debolmente continui. Teorema del bipolare. Teorema di Tychonov (cenno di dim.). Teorema di Banach-Alaoglu. Punti estremali di un convesso, teorema di Krein-Milman e applicazioni. Teorema di Stone-Weierstrass.
3. Spazi di Hilbert. Basi ortonormali ed esempi. Operatori unitari. Sistema trigonometrico e serie di Fourier in L2(T). Operatori limitati su uno spazio di Hilbert. Operatore aggiunto. Operatori compatti e operatori di rango finito. Operatori integrali su L2(X,m). Spettro di un operatore. Teoria di Riesz-Schauder e teorema dell'alternativa di Fredholm per operatori compatti su uno spazio di Banach. Operatori di Volterra. Problema di Dirichlet (cenni). Teorema spettrale per operatori compatti autoaggiunti su uno spazio di Hilbert. Teoria di Sturm-Liouville.

Obiettivi formativi: studio di problemi in dimensione infinita su spazi di Hilbert e di Banach, anche relativi ad operatori lineari e continui tra spazi di Banach.

Modalità di accertamento: esame scritto e orale

CODIFICA E COMPRESSIONE DI SEGNALI E IMMAGINI - II Semestre - 8 CFU - settore INF/01 - 64 ore di lezione in aula

Dr. D. Vitulano

Programma: Motivazione e richiami storici sulla compressione. Classificazione delle tecniche di compressione. Parametri utili per la compressione. Concetto di entropia e definizione di entropia in Teoria dell'informazione. Proprietà matematiche dell'entropia. Entropia congiunta, entropia condizionata, chain rule e loro proprietà matematiche. Legame tra entropia e compressione. Definizione e proprietà matematiche della distanza di Kullback-Leibler. Definizione e proprietà matematiche della mutua informazione. Codici a lunghezza variabile. Codici non singolari, univocamente decodificabili e istantanei. Disuguglianza di Kraft e disuguaglianza estesa di Kraft. Cenni sui moltiplicatori di Lagrange. Primo teorema di Shannon (Noiseless source coding theorem). Definizione di distribuzione di probabilità diadica. Primo teorema di Shannon per un processo

stocastico stazionario. Teorema di McMillan. Ottimalità del codice di Shannon e teoremi annessi. Definizione di efficienza e ridondanza di un codice. Codice di Fano-Shannon ed esempi. Relazione tra entropia di una sorgente e il suo alfabeto. Teorema dell'independence bound dell'entropia. Codice di Huffman, esempi, proprietà e implementazione in matlab. Alberi a minima varianza. Ottimalità: Huffman versus Shannon. Ottimalità del codice di Huffman. Varianti al codice di Huffman: Huffman troncato. Binary shift code, Huffman shift. Arithmetic coding: definizione, proprietà, ottimalità ed esempi. Cenni sull'implementazione dell'arithmetic coding a precisione finita. Cenni sulla codifica universale: codice FGK. Proprietà di sibling di un albero e Teorema di Gallager. Conseguenze del teorema di Gallager. Huffman adativo a tabella. Cenni sul codice di Vitter. Dictionary coding. LZ77, ottimalità di LZ77, LZ78 e LZW. Teoria della complessità di Kolmogorov. Teoremi sul legame tra la complessità di Kolmogorov e entropia. Definizione e teoremi sulla probabilità universale. Teoremi sul legame tra probabilità universale e complessità di Kolmogorov. Cenni su trasformate tempo-frequenza e loro applicazioni nella elaborazione di segnali e immagini. Cenni su: Trasformata di Fourier, Short time Fourier Transform, Trasformata wavelet continua, Trasformata Wavelet discreta, Trasformata wavelet 2D, e loro applicazioni con esempi in matlab. Codifica irreversibile per trasformata. Quantizzazione scalare e vettoriale. Definizione, proprietà ed esempi di quantizzazione scalare. Teoria dell'high bit rate coding. Entropia differenziale e proprietà. Disuguaglianza di Jensen e sue conseguenze. Bit allocation ottima con e senza trasformata. Distorsione pesata. Cenni sulla quantizzazione non uniforme. Compandor e teorema di esistenza di un compandor. Mu-law e A-law. Cenni sullo standard G-711. Definizione di significance map. Definizione di space filling curve: Peano e Hilbert. Run-length 1-D e 2-D. Curva rate-distortion in ipotesi di alta risoluzione. Teoria della low bit rate coding. Teorema sul legame tra il decadimento dello spettro di Fourier e regolarità di Lipschitz. Teoremi sul legame tra il decadimento (in scala) del modulo dei coefficienti wavelet e regolarità locale di Lipschitz. Proprietà di sparsità di una base. Soft e hard thresholding. Curva rate-distortion per funzioni in spazi di Besov. Teorema di Falzon-Mallat. Cenni sulle basi adattive. Matching pursuit. Base di Karhunen-Loeve e diagonalizzazione della matrice di covarianza. Codifica JPEG e implementazione in matlab. Codifica zero-tree. Codifica JPEG2000. Metodo dei minimi quadrati: caso lineare, caso generale (metodo di Gauss) ed esempi in matlab. Cenni su spazi metrici e funzioni contrattive. Teorema delle contrazioni. Definizione e proprietà della distanza di Haussdorf e dello spazio dei frattali. Teorema sulla completezza dello spazio dei frattali.Teoria dei sistemi di funzioni iterate: teoremi, esempi e prove in matlab di funzioni frattali. Teoria dei partitioned iterated functions systems. Codifica frattale. Cenni sulla codifica video. Codifica MPEG1. Cenni sulla stima del movimento. Block matching ed esempi in matlab. Phase correlation ed esempi in matlab. Linear prediction coding: codifica losseless, lossy e delta modulation.
Obiettivi formativi: l' obiettivo del corso è quello di fornire una panoramica dei principi teorici e dei metodi di codifica di segnali, immagini e video. Particolare attenzione sarà rivolta allo sviluppo di algoritmi relativi ai più noti standard di codifica e alla relativa implementazione in matlab.
Modalità di accertamento: l’ esame consiste in una prova scritta e una prova orale. La prova scritta sarà di norma costituita da 5 esercizi riguardanti sia l’applicazione di modelli e metodi acquisiti nel corso che di quesiti teorici.

CAN/2: COMPLEMENTI ANALISI NUMERICA 2 - II Semestre - 8 CFU – settore MAT/08 - 64 ore di lezione in aula
Prof. Prof. P. Zellini
Programma: 1. Risoluzione numerica di sistemi di equazioni non lineari. Derivata direzionale.
Metodo di Newton. Teorema di Convergenza locale. Analisi critica del metodo di Newton modificato.

2. Metodi secanti per la risoluzione numerica di sistemi di equazioni. Approssimazione della matrice Jacobiana. Metodo di Broyden.
3. Teorema di caratterizzazione di metodi con convergenza superlineare. Condizioni per la convergenza quadratica. Teoria della perturbazione.
4. Problemi di minimo non vincolato per funzioni reali. Metodo del gradiente. Line search. Criterio di steepest descent (massima pendenza). Metodo di Newton per problemi di minimo. Metodo BFGS e approssimazioni dell'Hessiano mediante correzioni di rango 2 con trasformazioni di Givens.
5. Algoritmi newtoniani per problemi di minimo non vincolato con un costo computazionale
O(n log n) per passo. Algebre di matrici e trasformate veloci. Teorema della proiezione di Hilbert. Algoritmi LQN.
Problemi differenziali alle derivate parziali Lu = f su _ Rd del secondo ordine in forma di divergenza uniformemente ellittico con condizioni al bordo. Esempi. Formulazione variazionale. Esistenza e unicità della soluzione u in H1 0;D() come corollario del teorema di Lax-Milgran per spazi di Hilbert V.
Approssimazione interna uh di u, con uh in Vh sottospazio di dimensione finita di V. Consistenza della famiglia di sottospazi fVhg e convergenza di uh a u. Metodo di Galerkin. Base di Vh ed equivalenza del calcolo di uh con la risoluzione di un sistema lineare Auh = f .Metodo iterativo di Richardson per la risoluzione di sistemi lineari Ax = b con parametro costante ottimale oppure variabile tale da minimizzare il residuo. Relazione di Richardson con il metodo di Eulero e il teorema di Perron per prolemi differenziali di Cauchy autonomi. Minimizzazione del residuo sugli spazi di Krilov relativi ad A e al residuo iniziale. Costruzione e caratteristiche principali del metodo iterativo GMRES. Il caso V = H1 0;D(), poligono in R2. Il metodo degli elementi finiti: definizione di Vh come insieme delle funzioni polinomiali a tratti su una triangolazione di ampiezza h; famiglie di triangolazioni regolari e quasi-uniformi; convergenza di uh a u. Applicazione ai problemi di Poisson in una e due variabili, e, più in generale, al problema di convezione-diffusione. Importanza, nel calcolo di uh (risoluzione di Auh = fh), della scelta della base di Vh. Minimizzare il numero di condizionamento 1 di A. Base gerarchica come alternativa conveniente alla base standard di Lagrange (teorema di Yserentant).Una classe di metodi iterativi per la risoluzione di sistemi lineari Ax = b (cheinclude Richardson, Gauss-Seidel, Rilassamento), ovvero per la minimizzazione di forme quadratiche associate a opportune matrici definite positive H dipendenti da A. I metodi del gradiente e del gradiente coniugato (GC) per sistemi con A definita positiva, e loro interpretazione grafica. Polinomi (di Chebycev) di minima norma infinito in un intervallo. Dipendenza della rapidità di convergenza di GC dalla distribuzione degli autovalori di A. Tecniche di precondizionamento e versioni "transformed" e "untransformed" di GC precondizionato. La sostituzione della base di Lagrange di Vh con quella gerarchica (vedi sopra) è interpretabile come una tecnica di precondizionamento. Precondizionatori circolanti per sistemi di Toeplitz. (Per un programma più dettagliato si veda www.mat.uniroma2.itntildedifiore)
Obiettivi formativi: approfondimenti di temi centrali del calcolo numerico su grande scala (come la minimizzazione di funzioni o l'integrazione di problemi alle derivate parziali con procedimenti iterativi) con speciale attenzione alla misura della complessità.
a computazionale.
Modalità di accertamento: prova orale

COMBINATORIA ALGEBRICA - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/02 - 64 ore di lezione in aula
Prof. F. Brenti
Programma: l'anello delle serie formali R[[x]]. L'interpretazione combinatoria delle operazioni algebriche di R[[x]]. Coefficienti combinatori fondamentali. Il Principio di Involuzione. Il Lemma di Gessel-Viennot. La funzione di Mobius e l'inversione di Mobius. Funzioni generatrici razionali.

Funzioni generatrici esponenziali. Partizioni e loro funzioni generatrici. Il Teorema della Matrice-Albero. Numeri di Catalan e loro connessioni con cammini reticolari e polinomi ortogonali. Polinomi di Tutte. Modelli di fisica statistica (Il problema di Ising, il ghiaccio quadrato). Teoria di Polya. Polinomi e funzioni simmetriche. Funzioni simmetriche monomiali ed elementari. Il teorema fondamentale sulle funzioni simmetriche. Funzioni omogeneee e di Schur. La corrispondenza di Schensted. Gruppi di Coxeter. Funzione lunghezza. La rappresentazione geometrica. Sottogruppi parabolici e quozienti. Sistemi di radici. Radici e riflessioni. La condizione di Scambio. L'ordine di Bruhat. Il Teorema di classificazione.
Obiettivi formativi: acquisire conoscenze di combinatoria enumerativa, teoria delle funzioni simmetriche, e gruppi di Coxeter.

COMPLEMENTI DI FISICA - I Semestre - 8 CFU - settore FIS/01 - 64 ore di lezione in aula
Prof. S. D'Angelo
Programma: postulati della meccanica quantistica. Equazione di Schroedinger: stati stazionari, proprietà nel caso 1-dimensionale, sistema a due stati, barriere e buche di potenziale, effetto tunnell. Oscillatore armonico lineare. Momento angolare. Equazione di Schroedinger in coordinate sferiche: moto in un campo centrale, atomo di idrogeno, formula di Bohr. Spin: matrici di Pauli, elettrone in un campo magnetico,esperimento di Stern e Gerlach. Teoria delle perturbazioni. Metodo variazionale. Struttura fine dell'atomo di idrogeno, interazione spin orbita.

COMPLEMENTI DI PROBABILITÀ - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/06 - 64 ore di lezione in aula
Dr.ssa B. Pacchiarotti
Programma: si tratta di un corso di probabilità classico, basato sulla teoria della misura. In estrema sintesi: spazi di probabilità astratti; variabili aleatorie e leggi; indipendenza; legge 0-1 di Kolmogorov; lemma di Borel-Cantelli; convergenza quasi certa; convergenza in probabilità funzioni caratteristiche; convergenza in legge; aspettazione condizionale; martingale: convergenza.
Obiettivi formativi: assimilare i concetti e gli strumenti fondamentali del calcolo delle probabilità e della teoria della misura. Padroneggiare le leggi, congiunte, marginali e condizionali, di variabili aleatorie e di processi a tempo discreto. Conoscere e saper utilizzare i teoremi di convergenza di approssimazione fondamentali. Saper formulare e risolvere problemi.
Modalità di accertamento: l'esame consiste in una prova scritta ed in una prova orale che deve essere effettuata nella stessa sessione in cui si superata la prova scritta. Gli studenti possono avvalersi di due prove di esonero. Gli studenti che superano con esito positivo gli esoneri (voto minimo per il superamento di un esonero: 15/30, voto minimo per il superamento degli esoneri: 18/30) accedono direttamente alla prova orale che deve essere effettuata entro la sessione estiva. Gli studenti, che ammessi all'orale, non superano la prova dovranno ripetere anche la prova scritta.

EAM/1: TEORIA SPETTRALE - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/05 - 64 - ore di lezione in aula
Prof. F. Radulescu
Programma: recensione della Teoria dei Operatori sugli Spazi di Banach; Spazi di Hilbert; Operatori limitati su spazi di Hilbert; Spettro di un operatore limitato; Operatore autoaggiunto, operatori normali e operatori unitari; Gli operatori compatti e la teoria spettrale per operatori compatti; Gli operatori di Hilbert-Schmidt C *-algebre ed algebre di von Neumann; Struttura del commutativa C *-algebre; Teoria spettrale per gli operatori auto aggiunti; Gli operatori nonlimitati

Testi consigliati: Arveson, William A short course on spectral theory. Graduate Texts in Mathematics, 209. Springer-Verlag, New York, 2002. Reed, Michael; Simon, Barry Methods of modern mathematical physics. I. Functional analysis. Academic Press, New York-London, 1972.
In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese
Program. Review of Banach Space Operator Theory. Hilbert Spaces. Bounded operators on Hilbert spaces. Spectrum of a bounded operator. Self-adjoint, normal and unitary operators. Compact operators and spectral theory for compact operators. Hilbert-Schmidt operators. C*-algebras and von Neumann algebras. Structure of commutative C*-algebras. Spectral Theory for self-adjoint operators. Unbounded operators.

EAM/2: SPAZI DI SOBOLEV E SOLUZIONI DEBOLI - II Semestre - 8 CFU - 64 ore di lezione in aula
Prof. C. Sinestrari
Programma: teoremi di compattezza in spazi di funzioni continue e di Lebesgue. Spazi di Sobolev e loro proprietà. Disuguaglianze di Sobolev-Gagliardo-Nirenberg e di Morrey, teorema di Rellich e loro conseguenze. Formulazione variazionale dei problemi ai limiti ellittici mediante gli spazi di Sobolev, esistenza e regolarità delle soluzioni deboli. Principi di massimo. Teoria spettrale per il problema di Dirichlet. Teorema di Hille-Yosida ed equazioni di evoluzione. L'equazione del calore e delle onde, esistenza di soluzioni in spazi di Sobolev.
Obiettivi formativi: introduzione ai metodi moderni per lo studio delle equazioni differenziali alle derivate parziali, utilizzando nozioni deboli di soluzione, metodi di analisi funzionale e la teoria degli spazi di Sobolev.
Modalità di accertamento: esame orale.
In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.
Sobolev spaces and weak solutions of PDEs
Compactness theorems in spaces of continuous functions and L^p spaces. Sobolev spaces and their basic properties. Sobolev and Morrey inequalities, Rellich compactness theorem and their consequences. Weak formulation of linear elliptic problems, existence and uniqueness results in Sobolev spaces. Regularity of weak solutions. Maximum principles. Spectral theory for Laplace's equation. Operator semigroups and Hille-Yosida theorem. Solution of heat equation and wave equation by the semigroup approach. Maximum principle for parabolic equations. Prerequisites: basic notions of measure theory, Lebesgue spaces and functional analysis.

ELEMENTI DI ANALISI NUMERICA - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/08 - 64 ore di lezione in aula
Prof. C. Di Fiore
Programma: la formula di quadratura dei trapezi e il metodo di estrapolazione di Romberg. Polinomi e numeri di Bernoulli: proprietà e applicazioni (p.es. somme delle potenze dei primi numeri naturali). La formula di Eulero-McLaurin. Calcolo di somme di serie, della costante di Eulero-Mascaroni e dell'errore della formula dei trapezi (i.e. giustificazione dell'efficienza del metodo di Romberg). Stima dell'errore di una formula di quadratura. Formule di quadratura adattive. Autovalori, principali definizioni e proprietà. Diagonalizzazione di una matrice A simmetrica 3×3. Generalizzazione: matrici di Givens e il metodo di Jacobi per il calcolo degli autovalori e degli autovettori di A simmetrica $n \times n$ (costo per passo, convergenza, variante ciclica). Il con-dizionamento del problema degli autovalori di A $n \times n$ generica; Teorema di Bauer-Fike per matrici A diagonalizzabili; il caso di matrici A normali (ovvero diagonalizzabili da unitarie). Un teorema di localizzazione tipo Gershgorin

per A normali: applicazioni. Calcolare gli autovalori di A n × n tridiagonale o di Hessenberg con il metodo di Newton. Il caso A tridiagonale con Ai,i+1Ai+1,i > 0: localizzazione degli autovalori (che sono, in questo caso, reali e distinti) con il teorema di Sturm. Trasformare una matrice A in una matrice di Hessenberg B mediante trasformazioni per similitu-dine di Givens; complessità; il caso A simmetrica. Ottimalità delle trasformazioni di Givens: il condizionamento di B non è più grande di quello di A. Il metodo delle potenze inverse per il calcolo dell'autovettore corrispondente ad un autovalore di cui si conosce una approssimazione.
Teoria di Perron-Frobenius per matrici A n × n non negative irriducibili. Il raggio spettrale di A, _(A), è un autovalore semplice di A ed esiste ed è unico un vettore z > 0 tale che Az = _(A)z, kzk1 = 1. Se A > O allora gli altri autovalori hanno modulo più piccolo di _(A) (Teorema di Perron) e il metodo delle potenze per approssimare _(A) e z è convergente. Se A è anche stocastica per colonne allora _(A) = 1 e la successione di vettori generata dal metodo delle potenze zk+1 = Azk, z0 > 0 kz0k = 1, converge a z. (Se A è non negativa, irriducibile e stocastica per colonne, è ancora vero che _(A) = 1 e esiste ed è unico z > 0 kzk1 = 1 tale che z = Az, ma il metodo delle potenze può non convergere a z).
La matrice di transizione di Google PT del grafo associato al web. Il problema del calcolo del vettore "page rank" p tale che p = PTp. Modifica di P per poter applicare la teoria di Perron- Frobenius (ovvero rendere il vettore p ben definito) e per rendere convergente il metodo delle potenze per il calcolo di p. Complessità per passo del metodo delle potenze.
Rapporto incrementale esatto e approssimato: metodi coerenti _ per l'integrazione numerica di problemi differenziali di Cauchy (ODE). Il metodo di Eulero; metodi di Taylor di ordine maggiore di 1. Definizione di convergenza dei metodi; un teorema di convergenza. Apparente non convergenza per errori di arrotondamento: scelta ottimale di h. Ulteriori importanti proprietà su _: 1) per h fissato > 0 la soluzione discreta deve avere lo stesso andamento della soluzione esatta; 2) tale passo h deve essere adeguato all'andamento (piccolo solo in presenza di picchi). Inefficienza, da questo punto di vista, di Eulero su certi problemi. Rimedio: il metodo di Eulero implicito. Eulero ed Eulero implicito per problemi di Cauchy con due equazioni; applicazione al problema di van der Pol. Implementazione e vantaggi dei metodi impliciti. I metodi Runge Kutta come alternativa efficiente dei metodi di Taylor. Il metodo delle differenze finite per problemi differenziali al contorno lineari del secondo ordine. Esistenza, unicità, convergenza quadratica e calcolo (con LLT) della soluzione discreta. Il metodo delle differenze finite per PDE. Equazione del calore (problema parabolico in dim1). Schema esplicito, esistenza e unicità, calcolo (calcolare per ogni istante tj un prodotto matrice- vettore A · z), svantaggi (per non far propagare eventuali errori, passo temporale molto più piccolo di quello spaziale). Schema implicito, esistenza e unicità, calcolo (risolvere per ogni istante tj un sistema Ax = z (LLT una sola volta)), vantaggi (passo temporale indipendente da quello spaziale). La mezza luna metallica. Un esempio di problema parabolico (in dim 2) che diventa un problema ellittico di cui, pur essendo nota la soluzione analitica, è conveniente usare la soluzione discreta proposta dal metodo delle differenze finite. Il problema ellittico di Poisson: ben definizione della soluzione discreta alle differenze finite. Calcolo di essa con metodi diretti e, più convenientemente, iterativi.
Un problema iperbolico: l'equazione della corda in R.
Obiettivi formativi: completamento di alcune conoscenze di base sull'analisi numerica, con approfondimento di argomenti particolari.
Modalità di accertamento: prova scritta e orale

ELEMENTI DI PROBABILITÀ 1 - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/06 - 64 ore di lezione in aula
Prof. P. Baldi
Programma: prerequisiti: il corso presuppone la conoscenza delle nozioni di base sviluppate nel corso di CP-Complementi di Probabilità. Questo corso propedeutico a quello di MMMF-Metodi e Modelli

dei Mercati Finanziari. Il Moto Browniano, definizioni e generalità; principali proprietà: regolarità delle traiettorie, comportamento asintotico, proprietà d'invarianza. Martingale a tempo continuo (quelle a tempo discreto e le speranze condizionali, che fanno parte del programma di CP verranno richiamate brevemente).Processi di Markov, processi di Diffusione. L'integrale Stocastico: definizioni, principali proprietà. La formula di Ito, applicazioni. Il teorema di Girsanov. Equazioni Differenziali Stocastiche: esistenza e unicità delle soluzioni, proprietà di Markov, diffusioni, rappresentazione probabilistica delle soluzioni delle Equazioni alle Derivate Parziali.
Obiettivi formativi: acquisire familiarità con gli strumenti del calcolo stocastico e la capacità di servirsene nella risoluzione dei problemi di calcolo e modellizzazione. A questo scopo sono previste attività di esercitazione che trovano ampio spazio nel corso.
Testi consigliati: Appunti e liste di esercizi vengono distribuiti durante il corso (anche in inglese, eventualmente).
Modalità di accertamento: l'esame consiste in una prova orale. Sono previsti anche due esoneri scritti: il mancato superamento o la mancata partecipazione non pregiudica né il superamento dell'esame né il voto finale, ma dà luogo ad un orale più approfondito.
In presenza di studenti stranieri l’insegnamento sarà erogato in lingua inglese.
Introduction to stochastic calculus (Elementi di Probabilità 1) 8 CFU, II Semester
Prerequired abilities: it is assumed acquaintance with the notions usually supplied in a basic course on Probability with measure theory.
Program. Brownian motion, definitions and general facts; main properties, asymptotics, invariance, stopping rules. Continuous time martingales (discrete time martingales and conditional expectations are assumed to be already known and will be briefly recalled) Markov processes, Diffusion processes.
Stochastic integral: definitions, main properties. Ito formula and applications. Stochastic differential equations: existence and uniqueness, Markov property, diffusions, stochastic representation of the solutions of partial differential problems
Aims: to become acquainted with the tools of stochastic calculus and to acquire the ability of taking advantage of them in problems of modeling and computation. To this goal particular attention is given to the practice of exercises.
Textbooks: Notes and lists of exercises (in english) will be distributed.

EQUAZIONI DIFFERENZIALI - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/05 - 64 ore di lezione in aula
Prof. A. Porretta
Programma: introduzione allo studio di equazioni ellittiche e paraboliche nonlineari. Metodi di punto fisso per l'esistenza di soluzioni. Stime a priori e compattezza. Problemi di regolarità delle soluzioni. Applicazioni: equazioni di Eulero di funzionali del Calcolo delle Variazioni, equazione di Fokker-Planck. Legami con i processi di diffusione e interpretazione probabilistica. Equazioni in forma non divergenziale: principio del massimo e soluzioni di viscosità. Metodo di Perron per l'esistenza di soluzioni. Programmazione dinamica e soluzioni di viscosità per equazioni di Hamilton-Jacobi. Applicazioni: equazioni di Bellman e Isaacs per problemi di controllo e giochi differenziali.
Obiettivi formativi: acquisire familiarità con i problemi rilevanti nella teoria delle equazioni a derivate parziali e le possibili applicazioni. Agli studenti si chiede la comprensione di concetti, metodi e teorie che permettono di affrontare l'uso delle equazioni a derivate parziali in contesti potenzialmente differenti.
Modalità di accertamento: esame scritto e/o orale e/o seminari di approfondimento
In presenza di studenti stranieri l’insegnamento sarà erogato in lingua inglese
Partial differential equations:

Introduction to elliptic and parabolic equations. Existence of solutions via fixed point theorems. A priori estimates and compactness. Regularity of solutions. Applications: Euler equations in calculus of Variations, Fokker-Planck equations. Link with diffusion processes and probability. Equations in nondivergence form maximum principle and viscosity solutions. Existence of solutions via Perron' s method. Dynamic programming and viscosity solutions to Hamilton-Jacobi equations Applications: Bellman and Isaacs equations for control problems and differential games.

GEOMETRIA ALGEBRICA - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/03 - 64 ore di lezione in aula
Prof. F. Flamini
1) Premesse algebriche: anelli noetheriani, moduli e localizzazione. Prefasci e fasci su uno spazio topologico.
2) Spazio affine, Insiemi algebrici affini e topologia di Zariski. Ideali radicali. Hilbert Nullstellensatz. Irriducibilità. Varietà affini: esempi. Anello delle coordinate e campo delle funzioni razionali di una varietà affine. Fascio strutturale.
3) Anelli ed ideali omogenei. Spazio proiettivo. Insiemi algebrici proiettivi. Ideali omogenei saturati. Teorema degli zeri proiettivo. Varietà proiettive: anello delle coordinate omogenee, campo delle funzioni razionali. Varietà quasi-proiettive e localmente chiusi. Fasci strutturali.
4) Morfismi di varietà algebriche. Insiemi costruibili. Esempi: morfismo di Veronese. Morfismi dominanti e morfismi finiti. Applicazioni razionali e birazionali. Esempi: sistemi lineari di ipersuperficie di uno spazio proiettivo, proiezioni e scoppiamenti.
5) Dimensione di Krull di un anello. Grado di trascendenza. Dimensione di una varietà algebrica. Intersezioni complete ed intersezioni complete insiemistiche. Semicontinuità della dimensione delle fibre di un morfismo dominante.
6) Spazi tangenti e non-singolarità. Spazio tangente di Zariski. Cono tangente.
7) Prodotti di varietà algebriche. Varietà di Segre. Grafico di un morfismo. Completezza delle varietà proiettive.
8) Funzione di Hilbert e Polinomio di Hilbert di una varietà proiettiva. Grado e genere aritmetico di una varietà proiettiva. Esempi.
9) Ulteriori esempi di varietà proiettive: Grassmanniana ed immersione di Pluecker, curve piane, famiglie di curve piane. Scoglimento di singolarità di curve piane mediante scoppiamenti.
10) Divisori di Weil e divisori di Cartier su curve lisce proiettive e gruppo di Picard. Sezioni globali. Sistemi lineari b.p.f., morfismi composti e morfismi birazionali. Il divisore canonico, divisori speciali. Curve razionali normali, curve canoniche. Teorema di Riemann-Roch e sua versione geometrica. Teorema di Enriques-Babbage.
Testi consigliati: C. Ciliberto, Dispense redatte a mano dal docente. I. Dolgachev, Introduction to Algebraic Geometry, http://www.math.lsa.umich.edu ~idolga/631.pdf J. Harris, Algebraic geometry (a first course) Graduate Texts in Math. No. 133. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1977. R. Hartshorne Algebraic geometry Graduate Texts in Math. No. 52. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1977. M. Reid, Undergradutae Algebraic Geometry, London Math. Soc. Student Texts, vol. 12, 1988. E Sernesi, Appunti sui divisori speciali, Dispense dattiloscritte dal docente. I. Shafarevich, Basic algebraic geometry vol. 1 Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1977.
Obiettivi formativi: lo scopo del corso è quello di presentare i concetti fondamentali della teoria della risoluzione di sistemi di equazioni polinomiali. La geometria algebrica studia queste soluzioni da un punto di vista globale, mediante la teoria delle varietà algebriche. Si definiranno le varietà algebriche e si discuteranno alcune delle loro più importanti proprietà Si discuteranno motivazioni ed esempi concreti. Gli studenti che completeranno con profitto questo corso possederanno una conoscenza degli elementi basilari della geometria affine e proiettiva, avranno familiarità con esempi espliciti che

includeranno curve piane, superficie quadriche, la grassmanniana delle rette in $P^{\wedge 3}$, la varietà di Veronese e la varietà di Segre, utilizzeranno i concetti di morfismi ed isomorfismi delle varietà algebriche, avranno compreso la ricca geometria della curva canonica in termini di serie lineari astratte.
Modalità di accertamento: l'esame consiste di una prova orale.
In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese
Algebraic Geometry
Tentative Program
1) Algebraic preliminaries: noetherian rings, modules, localizations. Sheaves on a topological space.
2) Affine space. Affine closed set and Zariski topology. Radical ideals. Hilbert Nullstellensatz. Irreducibility. Affine varieties: examples. Coordinate ring and field of ractional functions on an affine variety Structural sheaf.
3) Graded rings and homogeneous ideals. Projective space. Projective closed set. Saturated homogeneous ideals. Projective varieites: ring of homogeneous coordinates and ring of ractional functions. Quasi-projective varieties and locally closed subset. Structural sheaf.
4) Morphisms of algebraic varieties. Constructible sets. Examples: Veronese embedding. Dominant morphisms, finite morphisms. Rational maps, birational maps. Examples: linear systems of hypersurfaces in a projective space, projections, blow-up.
5) Krull dimension of a ring. Trascendence degree. Dimension of an algebraic variety. Complete intersections, set-theoretically complete intersections. Semi-continuity of the fibre dimension of a dominant morphism.
6) Embedded tangent spaces and non-singularity. Zarisky tangent space. Tangent cones.
7) Products of algebraic varieties. Segre variety. Graph of a morphism. Projective varieties are complete.
8) Hilbert function and Hilbert polynomial of a projective variety. Degree and arithmetic genus of a projective variety. Examples.
9) Other examples of projective varieties: Grassmannians and Pluecker embedding, plane curves, families of plane curves. Desingularization of a plane curve singularity by blow-ups.
10) Smooth projective curves. Weil divisors and Cartier divisors on a smooth, projective curve. Global sections. Base-point-free linear systems, composed morphisms and birational morphisms. The canonical divisor. Rational normal curves, canonical curves. Riemann-Roch theorem and its geometric interpretation on the canonical curve. Enriques-Babbage Theorem.
Suggested bibliography: - C. Ciliberto, Dispense redatte a mano dal docente. - I. Dolgachev, Introduction to Algebraic Geometry, http://www.math.lsa.umich.edu ~idolga/631.pdf
- J. Harris, Algebraic geometry (a first course) Graduate Texts in Math. No. 133. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1977. - R. Hartshorne Algebraic geometry Graduate Texts in Math. No. 52. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1977. - M. Reid, Undergradutae Algebraic Geometry, London Math. Soc. Student Texts, vol. 12, 1988. - E Sernesi, Appunti sui divisori speciali, Dispense dattiloscritte dal docente.
- I. Shafarevich, Basic algebraic geometry vol. 1 Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1977.

GEOMETRIA COMPLESSA - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/03 - 64 ore di lezione in aula
Prof. S. Trapani
Programma: 1 Prima parte, funzioni olomorfe e aperti di olomorfa.
Serie di potenze di più variabili complesse. Lemma di Abel, convergenza normale ed assoluta, dominio di convergenza di una serie, domini di Reinhardt. Funzioni olomorfe in più variabili integrale di Cauchy, sviluppo in serie di potenze di una funzione olomorfa, disuguaglianza di Cauchy teorema di Liouvile, funzioni olomorfe come soluzioni dell' equazione f@f = 0 Teorema di inversione locale

versione olomorfa (senza dimostrazione) Teorema delle funzioni implicite versione olomorfa (senza dimostrazione) Teorema del rango versione olomorfa (senza dimostrazione). Principio di prolungamento analitico e principio del massimo. Teorema di Cauchy generalizzato (per funzioni di una variabile complessa) Soluzione dell equazione f@f = g con g a supporto compatto in Cn: Il teorema di Hartogs di estensione di funzioni olomorfe fuori da un compatto. Convergenza uniforma sui compatti di funzioni olomorfe. Teorema di Vitali (successioni di funzioni olomorfe equilimitate sui compatti ammettono sottosuccessioni convergenti sui compatti). Insiemi analitici e loro dimensione (cenni), teoremi di estensione di funzioni olomorfe fuori da insieme analitici. Cappelli di Hartogs e loro completamenti. Aperti di olomorfa definizione e prime proprietà. Convessità rispetto ad una famiglia di funzioni, aperti olomorficamente convessi Il teorema di Cartan Thullen. Aperti di esistenza. Caratterizzazione dei domini di convergenza di una serie come i domini di Reinhardt completi di olomorfa. Aperti a frontiera differenziabile, forma di Levi e il teorema di Levi.
Testi consigliati: Teoria elementare delle funzioni di più variabili complesse Salvatore Coen ed anche Holomorphic functions and integral representation in several complex variables R. Range Function theory of several complex variables S. Krantz
2 Seconda parte, aperti pseudoconvessi
Aperti pseudoconvessi, funzioni subarmoniche e plurisubarmoniche, il principio di continuità, caratterizzazione degli aperti pseudoconvessi, caratterizzazione degli aperti 1, 2 pseudconvessi a frontiera dfferenziabile, enunciazione del problema di Levi.
Testi consigliati: Holomorphic functions and integral representation in several complex variables
R. Range ed anche Function theory of several complex variables S. Krantz
3 Terza parte, Stime L2 di Hörmander. Forme differenziali di tipo (p; q) su varietà complesse enunciato del teorema di risolubilità dell'equazione de f @f = g su aperti pseudoconvessi. Soluzione del problema di Levi come conseguenza del teorema di risolubilità. Operatori chiusi densamente definiti su spazi di Hilbert, l'operatore _@ in spazi L2 con peso, risoluzione dell' equazione f@f = g in spazi L2 con peso, regolarità della soluzione
Testi consigliati: Function theory of several complex variables S. Krantz ed anche An introduction to complex analysis in several variables L. Hörmander
4 Quarta parte, teorema di Rado e auto morfismi del polidisco e della palla Teorema di estensione di funzioni olomorfe e plurisubarmoniche attraverso insieme pluripolari chiusi. Teorema di Rado sulle funzioni olomorfe continue al di fuori del loro luogo di zeri. Studio del gruppo di automofismi del disco del polidisco e della palla.
Testo consigliati: Several Complex Variables Raghavan Narasimhan
Obiettivi formativi: dare agli studenti le basi della teoria delle funzioni di più variabili complesse
Modalità di accertamento: esame finale scritto e orale

GEOMETRIA DIFFERENZIALE - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/03 - 64 ore di lezione in aula
Prof. M. Nacinovich
Programma: nozioni di base: Calcolo sulle varietà, forme differenziali, coomologia di deRham. Gruppi ed algebre di Lie. Fibrati e connessioni principali. Differenziazione covariante. Varietà affini e Riemanniane. Connessioni invarianti. Proprietà metriche delle varietà Riemanniane. Gruppi di trasformazioni. Metriche invarianti e di Einstein. Spazi simmetrici.
Obiettivi formativi: scopo del corso è di fornire allo studente le conoscenze di base di geometria differenziale, utili anche per le applicazioni alla fisica ed all'analisi matematica. Attraverso la discussione di numerosi esempi significativi, quali varieàa di Stiefell e di Grassmann, spazi Riemanniani simmetrici, varietà a bandiera, si mostrerà come questi concetti abbiano una vasta gamma

di interessanti applicazioni e si cercherà di familiarizzarlo con gli argomenti e i metodi della geometria dfferenziale.
Modalità di accertamento: attraverso un colloquio orale, alla fine del corso, si cercherà di valutare la comprensione e l'assimilazione da parte dello studente delle tecniche e dei concetti della geometria differenziale.

INTRODUZIONE AI PROCESSI ALEATORI - I Semestre - 8 CFU - settore SECS-S/01 - 64 ore di lezione in aula
Prof. D. Marinucci
Programma: il corso si propone di fornire una introduzione all'analisi dei processi stocastici stazionari, con particolare riferimento ai metodi di analisi spettrale. Richiami di probabilità e statistica matematica: teoremi limite, Gaussiana multivariata. Stazionarietà debole e forte. Equazioni alle differenze finite e processi ARMA; condizioni di stazionarietà, funzioni di covarianza. Rappresentazione spettrale di processi stazionari. Periodogramma e proprietà asintotiche. Massima verosimiglianza nel dominio delle frequenze e stime di Whittle. Cenni ai campi aleatori stazionari.
In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.
Introduction to stochastic processes
The course aims at providing an introduction to stationary stochastic processes and their statistical analysis. The basic topics covered include:
Weak and strong stationarity; autocovariance functions and their properties. Bochner's Theorem. ARMA processes. Spectral representation thorem, the spectral density and its properties, filters and linear models. The periodogram and its asymptotic properties. Nonparametric estimations of the spectral density. Parametric models: frequency domain maximum likelihood, Whittle estimates. Extensions to nonstationary processes and/or random fields.

LABORATORIO DI CALCOLO - II Semestre - 4 CFU - settore INF/01 - 48 ore di lezione in aula
Prof. P. Baldi - Dr.ssa F. Pelosi
Programma: il corso fornisce un'introduzione alla risoluzione concreta ed alla illustrazione grafica di problemi alle derivate parziali con l'uso di software scientifico utilizzando strumenti matematici introdotti negli altri corsi della Laurea Magistrale. Metodo degli elementi finiti. Metodi di simulazione. Sviluppi in autofunzioni. L'uso dei software scilab, C e Freefem
integrati tra loro.
Obiettivi formativi: apprendere a risolvere numericamente problemi alle derivate parziali integrando tra di loro gli ambienti C, scilab e Freefem.
Testi consigliati: vengono distribuiti degli appunti.
Modalità di accertamento: la prova d'esame consiste nella realizzazione e discussione di un progetto realizzato a partire dal materiale sviluppato a lezione sulla base di tracce proposte.

LOGICA MATEMATICA - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/01 - 64 ore di lezione in aula
Prof.ssa B. Veit
Programma: Tema del corso è il divario tra verità e dimostrabilità. Studieremo in un primo tempo la cosiddetta logica del primo ordine, nella quale i concetti di verità e di dimostrabilità coincidono. Affronteremo poi il famoso teorema di Goedel secondo il quale è impossibile dimostrare tutte le verità dell'aritmetica (quindi a fortiori è impossibile dimostrare tutte le verità matematiche). Chiudiamo esibendo due teorie nelle quali, al contrario, esiste addirittura un algoritmo che fornisce tutte le verità:

l’algebra dei numeri reali e l’algebra dei numeri complessi.
Obiettivi formativi: impadronirsi di risultati basilari nell’ambito della Logica Matematica classica, con dimostrazioni complete. Acquisire una consapevolezza dei limiti della formalizzazione
Modalità di accertamento: esame orale

MACHINE LEARNING - II Semestre - 9 CFU - settore INF/01 - 72 ore di lezione in aula
Prof. G. Gambosi
Programma: Pattern recognition e machine learning. Schema generale di un sistema di ML. Inferenza. Apprendimento supervisionato e non supervisionato. Regressione lineare. Funzioni base e regressione. Overfitting e funzioni di penalizzazione. Model selection. Introduzione alla teoria delle decisioni. Classificazione: approcci (funzioni di discriminazione, modelli probabilistici discriminativi, modelli probabilistici generativi). Riduzione di dimensionalità e feature selection. Il modello connessionistico. Reti neurali a più strati. Apprendimento di reti neurali. Optimal margin classifiers e support vector machines. Funzioni kernel. Metodi non parametrici per la stima di probabilità: applicazione alla classificazione. Apprendimento non supervisionato. Clustering. Algoritmo k-means. Modelli di mistura di distribuzioni. Modelli a variabili latenti e algoritmo EM. Applicazione a modellazione di testo. Modelli di Markov nascosti (HMM). Ensemble learning. Utilizzo di strumenti e linguaggi (R, Python) per l'analisi e l'apprendimento da dataset reali.
Obiettivi formativi: introdurre alla conoscenza dei fondamenti matematici, oltre che all'utilizzo effettivo, degli approcci più diffusi per l'apprendimento automatico, supervisionato e non supervisionato.
Modalità di accertamento: prova orale. Si richiede lo sviluppo di un progetto di analisi e learning da un dataset reale.

MECCANICA ANALITICA E CELESTE - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/07 - 64 ore di lezione in aula
Prof.ssa A. Celletti
Programma: il corso verte su un’ introduzione alla Meccanica Celeste, cioè allo studio del moto di pianeti e satelliti (sia naturali, che artificiali) del sistema solare. Si intendono affrontare gli argomenti principali della Meccanica Celeste, quali ad esempio la stabilità del sistema solare (che fine faranno la Terra e gli altri pianeti?), il motivo per il quale la Luna rivolge sempre la stessa faccia verso la Terra (e quindi vediamo solo un emisfero della Luna), le collisioni passate e future che caratterizzano il sistema solare (dalla scomparsa dei dinosauri alla previsione di impatti asteroidali). Il programma analitico del corso e il seguente:
- richiami di Meccanica Hamiltoniana: trasformazioni canoniche, criteri di canonicità, parentesi di Poisson, integrali primi
- Sistemi integrabili
- Teorema di integrabilità locale
- Teorema di Arnold-Liouville e variabili azione-angolo
- Esempi di sistemi integrabili: oscillatori armonici, moto in un campo centrale, giroscopio pesante
- Moti regolari e caotici
- Sistemi conservativi e dissipativi
- Sistemi continui e discreti, mappe di Poincarè, standard map
- Gli esponenti di Lyapunov
- Il problema dei 2 corpi
- Le leggi di Keplero

- Variabili azione-angolo di Delaunay per il problema dei 3 corpi
- I punti di equilibrio Lagrangiani
- Il problema dei 3 corpi ristretto
- Dinamica rotazionale
- Risonanze spin-orbita: derivazione del modello e costruzione di superfici invarianti
- Teoria perturbativa: teorema di Hamilton-Jacobi, teorema di Birkhoff per gli oscillatori armonici
- Applicazione della teoria perturbativa per il calcolo della precessione del perielio.
- Teorema KAM: dimostrazione, aritmetica degli intervalli, cenni di teoria dei numeri e frazioni continue.
- Tecniche classiche e superconvergenti
- Cenni sul metodo di Greene
- Teorema di Nekhoroshev
- Collisioni e regolarizzazione
- Trasformazione di Levi-Civita

Modalità di accertamento: il corso si conclude con un esame orale.

MECCANICA STATISTICA *- I Semestre - 8 CFU - settore MAT/07 - 64 ore di lezione in aula*
Prof. E. Olivieri

METODI E MODELLI DEI MERCATI FINANZIARI - I Semestre - 8 CFU- settore SECS-S/06 - 64 ore di lezione in aula
Prof.ssa L. Caramellino
Programma: calcolo del prezzo e della copertura di opzioni europee quando il modello di mercato è scelto nella classe dei modelli continui. Sono quindi trattati argomenti propri del calcolo stocastico (processi di Markov, teorema di Girsanov, diffusioni e formule di rappresentazione alla Feynman- Kac) ed introdotti modelli di diffusione per i mercati finanziari, per lo studio dell'arbitraggio e della completezza del mercato. Particolare enfasi è data al modello di Black e Scholes. Parte del corso è dedicata ai metodi numerici Monte Carlo per la finanza.
Obiettivi formativi: comprensione del linguaggio proprio della finanza matematica; conoscenza dei modelli di diffusione per la finanza, in particolare per la risoluzione dei problemi legati alle opzioni (calcolo del prezzo e della copertura); capacità di istituire collegamenti con materie collegate (teoria della misura, equazioni alle derivate parziali, linguaggi di programmazione etc.) e con problemi provenienti dal mondo reale; risoluzione numerica di problemi reali (prezzo e copertura di opzioni) tramite costruzione di algoritmi Monte Carlo.
Modalità di accertamento: esame orale, che comprende delle prove al calcolatore.
In presenza di studenti stranieri l’insegnamento sarà erogato in lingua inglese.
Mathematical Methods and Models in Finance
Short programme. The aim of the course is to solve the pricing and hedging problems for European options when the underlying market model is set as a diffusion model. Further topics in stochastic calculus are first recalled and developed (Markov processes, the Girsanov's theorem, diffusion processes and Feynman-Kac type representation formulas); secondly, diffusion modelsare introduced for the study of the arbitrage and the completeness of the financial markets. A special emphasis is given to the Black and Scholesmodel. A part of the course is devoted to Monte Carlo numerical methods in Finance. The final part of the course is a free-choice one and any student must decide on one of the following contents: 1) American type options; 2) interest rate models; 3) Malliavin calculus and applications to Finance. Learning aims. Comprehension of the financial language; knowledge of the

diffusion models used in Finance, in particular for the solution to the pricing and the hedging problem; ability in linking related mathematical topics (measure theory, functional analysis, partial differential equations, programming languages) and real world problems; numerical solutions of practical problems (pricing and hedging options) through Monte Carlo algorithms. Methods of assessment. Methods of assessment will be designed to verify, through interviews and practical tests, the actual achievement of learning aims both in terms of the skills and final expected expertise. The final exam consists of an oral examination, which also includes a deep discussion on the simulation algorithms analyzed during the course. Students must deliver the source codes (preferably in C or C++ language) with the resolution of the numerical exercises three or four days before the exam date (by sending an e-mail). Students must obligatorily book for taking the exam at the web page ServiziOnLine di Tor Vergata.
Credits: 8
Prerequisites. Stochastic calculus: martingales, Brownian motion, Ito integral, stochastic differential equations.

METODI NUMERICI PER EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/08 - 64 ore di lezione in aula
Prof. D. Bertaccini
Programma : prerequisiti: corso di Analisi Numerica/Calcolo Numerico; calcolo differenziale in più variabili. Introduzione all'approssimazione mediante differenze finite ed elementi finiti. Metodi per equazioni alle derivate parziali in zero dimensioni: i BVP di equazioni differenziali ordinarie. Metodi alle differenze finite per equazioni ellittiche. Problemi ai valori iniziali per equazioni alle derivate parziali in zero dimensioni. Zero-Stabilità e convergenza per problemi ai valori iniziali A- e L-stabilità e metodi per problemi stiff. Classificazione delle equazioni alle derivate parziali lineari del secondo ordine: ellittiche, paraboliche, iperboliche. Derivazione delle PDE dalle leggi di conservazione e trasporto, diffusione, reazione-diffusione, trasporto-diffusione, trasporto-reazione-diffusione. Analisi di Fourier delle PDE lineari. Equazione di diffusione. Equazione del trasporto e cenni ai metodi per sistemi iperbolici. Cenni ai metodi di ordine alto. Leggi di conservazione non lineari. Soluzione sistemi lineari sparsi di grandi dimensioni generati di volta in volta dai modelli discreti e semidiscreti visti. Note sulla soluzione di alcuni sistemi lineari strutturati. Metodi agli elementi finiti e formulazione debole. Applicazione al caso lineare ellittico e parabolico 1D, cenni al caso 2D. Applicazione a problemi modello lineari e nonlineari.
Testi consigliati: R. J. LeVeque, “Finite Difference Methods for ODEs and PDEs”, Steady State and Time Dependent Problems. SIAM, Philadelphia, 2007; Alfio Quarteroni, “Modellistica Numerica per Problemi differenziali”, Springer editore, 2008; Y. Saad, Iterative Methods for Sparse Linear Systems, PWS, 1996, 2000; Dispense, articoli e appunti del corso.
Obiettivi formativi: introduzione rigorosa ai metodi numerici per le equazioni alle derivate parziali con particolare riferimento agli schemi alle differenze finite per problemi di evoluzione. Soluzione dei modelli discreti tramite metodi proiettivi precondizionati. Analisi dei metodi su problemi modello lineari e indicazioni sulla costruzione degli algoritmi. Esempi di problemi nonlineari di evoluzione da elaborazione di immagini, dalle scienze biomediche e Ingegneria. Verranno considerati con particolare attenzione aspetti quali : qualità dell'approssimazione e stabilità degli algoritmi e approssimazione delle soluzioni dei problemi discreti generati dagli schemi che verranno trattati.
Modalità di accertamento: la prova finale consiste in una interrogazione orale sui contenuti del corso con esercizi e una tesina (a scelta dello studente e previa approvazione del docente).
Programma in lingua inglese
Objectives of the course: rigorous introduction to numerical methods for partial differential equations with particular reference to finite difference schemes for problems of evolution. Solution of discrete

models by preconditioned projection methods. Analysis of the methods of linear model problems and directions on construction of algorithms. Examples of nonlinear evolution problems from image processing, biomedical sciences and engineering. Particular attention will be devoted to aspects such as* approximation and stability of the algorithms* Approximation of the solutions of the discrete problems

Prerequisites: a basic course in Numerical Analysis and Numerical Analysis, differential calculus in more 'variables, Mathematical Phisics Synthetic program: Part I. [1] Introduction to finite differences and finite elements. Methods for partial differential equations in zero dimensions: the BVP of ordinary differential equations. Finite difference methods for elliptic equations Part II [1] Initial value problems for partial differential equations in zero spatial dimensions, the IVPs of ODEsZero-Stability and convergence for initial value problemsA-and L- stability and methods for stiff problems Part III [1] Classification of linear partial differential equations of second order elliptic, parabolic, hyperbolic Derivation of the PDE conservation laws and transport, diffusion, reaction-diffusion, transport-diffusion, transport-reaction-diffusion Fourier analysis of linear PDEs Diffusion equation Transport equation and outline methods for hyperbolic systems Methods of high order Nonlinear conservation laws Part IV. [2] Solution linear systems large and sparse generated from time to time by discrete and semidiscrete models. Notes on the efficient solution of some linear structured systems. Part V. [*] Finite element methods and weak formulation. Application to linear elliptic and parabolic 1D, nods to the 2D case. Part VI. [1] Application to model linear and nonlinear problems. Final examination: the final examination consists of an oral on the course content with exercises and a project on some topic related to the course (chosen by the student and with the approval of the teacher)

METODI NUMERICI PER L'APPROSSIMAZIONE 1 - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/08 - 64 ore di lezione in aula

Prof.ssa C. Manni

Programma: il corso fornisce un'introduzione alla costruzione ed alle proprietà delle funzioni splines con particolare attenzione al loro utilizzo per generare e manipolare curve e superfici nell'ambito della grafica computerizzata e del trattamento numerico di PDE (Analisi Isogeometrica) Argomenti: limiti dell'approssimazione ed interpolazione polinomiale. Funzioni Splines e B-splines costruzione e proprietà geometriche. Totale positività e sue conseguenze. Curve e superfici B-spline. Raffinabilità, multirisoluzione e suddivisione nell'ambito delle splines. Esempi ed applicazioni

Obiettivi formativi: conoscenza di base delle funzioni splines e delle loro applicazioni salienti.

Modalità di accertamento: prova orale.

PROGETTAZIONE DI SISTEMI INFORMATICI - II Semestre - 8 CFU - settore INF/01 - 64 ore di lezione in aula

Prof. E. Nardelli

Programma: aspetti teorici dell'interazione persona calcolatore. Metodologie di progetto dell'interazione. Usabilità. Modellamento di Sistemi Reattivi. Svolgimento di un progetto didattico.

SISTEMI DINAMICI - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/07 - 64 ore di lezione in aula

Prof. C. Liverani

Programma: richiami di teoria delle equazioni differenziali: esistenza ed unicità globale delle soluzioni per campi vettoriali C^1 e limitati. Teoria di Floquet. Sezioni di Poincarè. Teorema della dipendenza liscia dai dati iniziali e da parameteri.

• Studio del comportamento qualitativo delle soluzioni di una equazione differenziale sul piano.
• Teorema della scatola del flusso. Stabilità e funzioni di Lyapuov. Teorema di Grobman-Hartmann. Varietà stabili e instabili: Hadamard-Perron, teorema della varietà centrale.
• Concetto di genericità per famiglie di campi vettoriali dipendenti da parametri. Biforcazioni generiche: sella-nodo, Hopf.
• Insiemi ω-limite e Teorema di Poincarè-Bendixon.
• Equazioni differenziali sul toro (bidimensionale) e riduzione allo studio dei diffeomorfismi del cerchio. Numero di rotazione. Teorema KAM.
• Sistemi Hamiltoniani e geometria simplettica. Trasformazioni canoniche. Relazione coi sistemi Lagrangiani. Sistemi completamente integrabili.
• Teoria della media. Integrale di Melnikov e ferri di cavallo.
• Sistemi dinamici misurabili (definizioni ed esempi elementari). Teorema di Krylov-Bogoliuvov. Cenni di teoria ergodica (teoremi di Birkhoff, Von Neumann, Poincarè, ergodictà, mescolamento, ..).
Obiettivi formativi: fornire una conoscenza di base del campo dei sistemi dinamici e delle sue potenziali applicazioni a varie branchie della matematica e della fisica.
Modalità di accertamento: prova orale.
In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.
Program:
• Review of basic facts concerning ODE: existence and uniqueness for bounded C^1 vector fields. Floquet theory. Poincarè sections. Smooth dependency on initial conditions.
• Qualitative behaviour of ODE on the plane.
• Flux box theorem. Stability and Lyapunov functions. Grobman-Hartmann theorem. Stable and unstable manifolds: Hadamard-Perron, center manifold.
• Genericity of vector fields depending form a parameter. Generic bifurcations.
• omega-limit set and Poincarè-Bendixon theorem.
• ODE on the two dimensional torus and circle diffeomorphisms. Rotation number. KAM theorem.
• Hamiltonian systems and symplectic geometry. Canonical transformations. Completely integrable systems.
• Averaging. Melnikov theory and horseshoe.
• Measurable Dynamical Systems. Krylov-Bogoliuvov theory. Elements of ergodic theory (Theorems of Birkhoff, Von Neumann, Poincarè, ergodicity, mixing, ..).

STORIA DELLA SCIENZA - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/04 - 64 ore di lezione in aula
Prof. L. Russo.
Programma: conoscenze pre-scientifiche e scienza: cenni al problema della demarcazione. La filosofia naturale della Grecia classica. Metodo e risultati della scienza ellenistica. Il Rinascimento scientifico. L'età galileiana. Principali caratteristiche della scienza settecentesca. La nascita delle principali teorie dell'Ottocento: geometrie non euclidee, termodinamica, elettromagnetismo, chimica, teoria dell'evoluzione. Crisi della scienza esatta nel primo Novecento. Sviluppo dell'informatica e sue conseguenze. Mutamenti del rapporto tra scienza e tecnologia.
Obiettivi formativi: obiettivo principale del corso è lo sviluppo, attraverso l'analisi diacronica, di un atteggiamento critico verso i problemi metodologici riguardanti le teorie scientifiche e i loro criteri e limiti di applicabilità. Altro obiettivo è quello di raggiungere, attraverso lo studio della loro origine storica, una comprensione più profonda dei concetti scientifici attuali. Infine lo studio della storia della scienza dovrà servire a integrare in modo essenziale la ricostruzione di un quadro storico generale più consapevole.

TEORIA DEI FIBRATI - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/03 - 64 ore di lezione in aula
Prof. F. Bracci
Programma: il programma del corso è il seguente: varietà reali e complesse, sottovarietà, fibrato tangente, fibrazioni, fibrati vettoriali e principali, algebra tensoriale di fibrati vettoriali. Fasci, coomologia di Cech. Fibrati vettoriali e fasci localmente liberi. Successioni esatte, splitting e connessioni su fibrati. Classi di Chern. Connessioni parziali e teorema di annullamento di Bott.
Testi consigliati: note di F. Bracci "Teoria dei Fibrati".
Obiettivi formativi: l'obiettivo del corso è quello di introdurre lo studente alle tecniche base di geometria complessa che si utilizzano nella ricerca scientifica attuale.
Modalità di accertamento: l'esame è orale. Durante il corso vengono lasciati esercizi da svolgere che gli studenti a turno risolveranno alla lavagna.
In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese
Theory of Fiber Bundles
Real and complex manifolds, tangent bundle, fibrations, vector bundles and fiber bundles, tensorial algebra of vector bundles. Sheaves, Cech cohomology. Vector bundles and locally free sheaves. Exact sequences, splitting, connections of vector bundles. Chern's classes. Partial connections and Bott's vanishing theorem.

TEORIA DEI GIOCHI E PROGETTO DI RETI *- I Semestre - 9 CFU - settore INF/01 - 90 ore di lezione in aula*
Prof. P. Oriolo

TEORIA DELLE RAPPRESENTAZIONI 1 - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/02 - 64 ore di lezione in aula
Prof.ssa E. Strickland
Programma: rappresentazioni di un gruppo finito. Sotto-rappresentazioni, somma diretta, prodotto tensoriale, potenza simmetrica ed esterna di rappresentazioni. Rappresentazione duale, rappresentazione-permutazione. Rappresentazione regolare. Rappresentazioni irriducibili, riducibili, completamente riducibili. Teorema di Maschke. Lemma di Schur. Rappresentazioni di gruppi abeliani. Rappresentazioni del gruppo simmetrico su tre elementi. Proprietà dei caratteri. Caratteri di rappresentazioni ottenute come somma diretta, prodotto tensoriale, duale, potenza simmetrica e alterna di rappresentazioni. Caratteri lineari. Caratteri irriducibili. Tavole dei caratteri. Formula del punto fisso. Relazioni di ortogonalità. Numero delle rappresentazioni irriducibili di un gruppo. Tavola dei caratteri del gruppo diedrale di un quadrato e del gruppo dei quaternioni. Diagrammi e tableaux di Young. Simmetrizzatori di Young. Rappresentazioni del gruppo simmetrico su n elementi. Formula di Frobenius per i caratteri del gruppo simmetrico. Hook formula per le dimensioni. Regoladi Murnaghan-Nakayama.
Testi consigliati : W. Fulton-J.Harris "Representation Theory" Springer
Renata Scognamillo "Rappresentazioni di gruppi finiti e loro caratteri" Scuola Normale Superiore.
Obiettivi formativi: fornire le basi per una serie di argomenti di algebra avanzata che costituiscono strumenti indispensabili per qualunque studio relativo a strutture algebriche e loro rappresentazioni.
Modalità di accertamento: preparazioni di seminari individuali e prova orale.
In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.

Program of the Course of Representation Theory 1: Representations of a finite group. Subrepresentations. Direct sum, tensor product, symmetric power and exterior power of representations. Dual representation, permutation-representation. Regular representation. Reducible, irreducible and completetly reducible representations. Maschke's Theorem. Schur's Lemma. Representations of abelian groups. Representations of the symmetric group on three elements. Properties of characters, characters of representations obtained as direct sum, tensor product, dual, symmetric power and exterior power of representations. Linear characters. Irreducible characters. Character tables. Fix-point formula. Orthogonality relations. Number of the irreducible characters of a group. Character tables of dihedral groups. Examples: the character tables of the dihedral group of a square and the quaternion group. Young diagrams and tableaux. Young symmetrizers. Representations of the symmetric group over n elements. Frobenius formula for the characters of the symmetric group. Hook-length formula. Murnaghan-Nakayama rule.

Recommended book: W.Fulton-J.Harris "Representation Theory" Springer

Learning goals: provide the fundamentals of a series of topics in advanced algebra, which are essential tools for any study of algebraic structures and their representations.

Final exams: individual seminars and oral test.