

Corso di Laurea Magistrale in MATEMATICA PURA ED APPLICATA (LM-40 Matematica)

INFORMAZIONI

Segreteria didattica: Sig.ra Laura Filippetti, tel. 06 72594839

Coordinatore corso di laurea magistrale: Prof. Daniele Guido

Sito web: <http://www.mat.uniroma2.it/didattica/>

E-mail dida@mat.uniroma2.it

Il Corso di Laurea in Matematica Pura ed Applicata si inquadra nella Classe delle Lauree Magistrali in Matematica (Classe LM-40 del DM 16 Marzo 2007 “Determinazione delle classi di laurea”) ed afferisce al Dipartimento di Matematica (DM). La durata del Corso di Laurea è normalmente di due anni.

Il corso di laurea magistrale in Matematica Pura e Applicata (MPA) si propone di sviluppare competenze e conoscenze avanzate in vari settori della matematica, garantendo ai suoi iscritti ampia possibilità di approfondimento sia degli aspetti teorici di questa disciplina che delle sue applicazioni.

Sono possibili percorsi formativi differenziati, atti ad integrare e completare la formazione matematica di ciascuno studente. Tuttavia, in ogni ambito vengono sottolineati gli aspetti metodologici al fine di assicurare una profonda comprensione della materia e la capacità di aggiornare costantemente le competenze acquisite. Con l'intento di accrescere le capacità di autonomia degli studenti, e per permettere la formulazione di piani di studio che si adattino alle esigenze di una società in rapida evoluzione, si è previsto un elevato grado di libertà nella scelta degli insegnamenti.

Il percorso formativo è caratterizzato dalla presenza, all'inizio, di insegnamenti intesi a fornire un quadro ampio e organico di argomenti di carattere avanzato nelle discipline fondamentali (algebra, analisi, geometria, fisica matematica, analisi numerica, probabilità). Successivamente, sono offerti insegnamenti a carattere specialistico, volti ad accogliere specifici interessi sviluppati dagli studenti, nonché a coadiuvare lo svolgimento del lavoro di tesi, cui è attribuita una valenza determinante per il compimento del ciclo di studi.

Oltre ad avere un'approfondita conoscenza sia degli aspetti disciplinari sia di quelli metodologici della matematica, i laureati magistrali in MPA devono essere in grado di esprimere le proprie conoscenze in contesti professionali sia specifici sia interdisciplinari. Lo studente viene altresì sollecitato ad acquisire un contatto diretto con la letteratura matematica, anche a livello di ricerca, e ad affinare le capacità individuali di orientarsi nella consultazione di testi e nella creazione di bibliografie sia in italiano che in inglese. La redazione della prova finale costituisce, tra l'altro, una verifica dell'acquisizione di queste competenze e della padronanza delle tecniche usuali della comunicazione scientifica in ambito matematico.

Grazie alla sua formazione, il laureato magistrale in MPA potrà, a seconda dei casi, proseguire negli studi partecipando a programmi di dottorato in discipline matematiche o inserirsi nel mondo del lavoro, sia utilizzando le specifiche competenze acquisite che valorizzando le sue capacità di flessibilità mentale e di collaborazione con altri esperti.

Grazie alle conoscenze e alle competenze acquisite, ivi inclusa la mentalità flessibile e l'esperienza accumulata nell'analisi e soluzione di problemi, i laureati magistrali in Matematica Pura e Applicata

potranno disporre di un'ampia gamma di sbocchi occupazionali e professionali. I settori più indicati sono quelli in cui la matematica svolge un ruolo centrale sotto il profilo applicativo o teorico, o quantomeno costituisce un ambito chiaramente correlato quanto a importanza quali, ad esempio,

- . • l'elaborazione e l'analisi di modelli a supporto dei processi industriali;
- . • l'analisi statistica dei dati;
- . • l'insegnamento;
- . • la diffusione della cultura scientifica;
- . • l'avviamento alla ricerca pura e applicata in un corso di dottorato;
- . • l'informatica e la telematica.

Inoltre, qualora il corso di laurea magistrale in Matematica Pura e Applicata si innesti su un corso di laurea triennale in discipline affini, sarà possibile un pronto inserimento dei laureati anche in professioni o campi di studio differenti. Un'analisi recente dei diversi impieghi ad alto livello dei laureati in Matematica in Italia si può trovare sul sito: <http://mestieri.dima.unige.it/>.

Per conseguire la Laurea Magistrale in matematica Pura ed Applicata lo studente deve aver acquisito complessivamente 120 crediti (CFU) nell'ambito delle varie attività didattiche. L'attività formativa prevede insegnamenti teorici e pratici suddivisi in moduli didattici caratterizzanti, moduli didattici di materie affini o integrative, moduli didattici concernenti attività formative complementari. I risultati della preparazione vengono verificati nel corso di prove individuali di esame e nell'ambito dell'elaborazione della prova finale. Tutti i percorsi formativi danno ampio spazio a esercitazioni e ad attività di tutorato e di laboratorio. La ripartizione delle attività formative per il Corso di Laurea Magistrale in Matematica pura ed Applicata è contenuto nell'Ordinamento del Corso di Laurea, disponibile alla pagina <http://www.mat.uniroma2.it/didattica/regole.php> del sito del corso di Laurea Magistrale in matematica Pura ed Applicata

Il numero massimo di crediti riconoscibili in base al D.M. 16/3/2007 art. 4 è 12.

La prova finale per il conseguimento della Laurea Magistrale richiede la stesura di una tesi elaborata in modo originale dallo studente, comprendente la redazione di un documento scritto (eventualmente anche in lingua inglese) e una prova seminariale conclusiva. La scelta dell'argomento della tesi deve essere concordata con un docente scelto dallo studente, che svolge le funzioni di relatore. La tesi dovrà evidenziare nei suoi contenuti la maturità culturale del laureando in un'area disciplinare attinente alla sua formazione curriculare. La prova finale verrà valutata in base alla originalità dei risultati, alla padronanza dell'argomento, all'autonomia e alle capacità espositiva e di ricerca bibliografica mostrate dal candidato.

I crediti relativi alle attività didattiche caratterizzanti, e affini o integrative sono acquisiti seguendo moduli didattici, e superando i relativi esami, secondo il piano delle attività formative ed in base alla programmazione didattica definiti dal Consiglio di Corso di Laurea. I crediti relativi alle attività a scelta dello studente, così come i crediti relativi alle attività art.10, comma 5 lett. d, vengono normalmente acquisiti da parte dello studente mediante la frequenza di insegnamenti scelti, mediante la formulazione di un piano di studi, nell'ambito delle opzioni proposte dal Consiglio del Dipartimento di Matematica (CDM). Modalità diverse di acquisizione di tali crediti proposte dallo studente verranno valutate dal CDM in riferimento agli obiettivi formativi del corso di laurea ed alla valenza culturale complessiva del piano di studio proposto.

Schema del piano di studio

Attività formative caratterizzanti 44 CFU

Formazione affine ed integrativa 28 CFU

Formazione a scelta 16 CFU

Prova finale 27 CFU

Altre attività formative (ulteriori attività formative art.10, comma 5, lettera d) 5 CFU

Attività Formative Caratterizzanti: 44 CFU

CAM 1 (6 CFU)

CAM 2 (6 CFU)

Corsi a scelta nei settori disciplinari MAT01/MAT05 per un totale di 16 CFU

Corsi a scelta nei settori disciplinari MAT06/MAT09 per un totale di 16 CFU.

Formazione Affine ed Integrativa: 28 CFU

Laboratorio di Calcolo 4CFU

Corsi a scelta per 24 CFU nei settori affini (dei quali 16 CFU al massimo di settori MAT)

Formazione a scelta Corsi per 16 CFU a libera scelta

Attività formative per Prova Finale 27 CFU

Lo studente dovrà inoltre scegliere almeno 4 settori MAT diversi ed almeno un corso in ciascuna delle seguenti coppie di settori: MAT02/MAT03 MAT05/MAT07 MAT06/MAT08

Di norma entro il mese di ottobre, lo studente presenta al Consiglio di Dipartimento una proposta di piano di studio. Il CdD valuterà entro il mese di dicembre il piano di studio proposto. Qualora l'iscrizione alla LM avvenga in un periodo diverso dell'anno, s'intende che il piano di studio va presentato entro un mese dall'iscrizione e che il CdD è tenuto a valutarlo entro il mese successivo. I piani di studio vengono preventivamente valutati da una apposita commissione che verifica la loro coerenza con gli obiettivi formativi. Il piano di studio non può comprendere insegnamenti i cui programmi siano stati già svolti da insegnamenti relativi al conseguimento dei 180 CFU della laurea triennale.

Modalità e requisiti di ammissione al Corso di Laurea magistrale

Il Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata non è ad accesso programmato.

Per essere ammessi al corso occorre essere in possesso della laurea o del diploma universitario di durata triennale, ovvero di un altro titolo di studio conseguito all'estero riconosciuto idoneo. Sono inoltre richiesti specifici requisiti curriculari, caratteristici delle lauree in discipline matematiche. La natura interdisciplinare della matematica rende possibile anche a studenti che abbiano conseguito la laurea in altri settori, di accedere alla laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata purché in possesso dei suddetti requisiti.

Tutti gli studenti che intendano immatricolarsi sono invitati a farne richiesta secondo le modalità previste dall'ateneo. Le domande pervenute saranno esaminate dal Coordinatore del Corso di Studio, ed eventualmente da una commissione. La valutazione seguirà comunque i seguenti criteri:

- Verranno accolte tutte le domande di studenti in possesso di laurea in Matematica conseguita nel nostro ateneo.
- Per tutti gli altri studenti, la commissione valuterà il possesso delle conoscenze e competenze necessarie per l'accesso sulla base della documentazione presentata. Ove necessario, la commissione potrà richiedere ulteriori informazioni relative al curriculum, eventualmente tramite un colloquio di natura non tecnica.
- Indicativamente, verranno accolte le domande di tutti i laureati triennali delle classi L-32 (DM 509/1999) e L-35 (DM 270/2004) provenienti da qualsiasi ateneo italiano (o di studenti in possesso di analogo titolo di studio estero).
- La commissione potrà consigliare e/o autorizzare l'inserimento, nel piano di studio della laurea magistrale, di uno o più insegnamenti della laurea triennale in matematica -non già inclusi nell'offerta formativa relativa alla laurea magistrale -per un massimo di 24 CFU.

Si invitano gli interessati a richiedere un parere preventivo ed informale da parte della Commissione scrivendo a dida@mat.uniroma2.it e allegando il proprio curriculum studiorum con elenco degli esami sostenuti, completo di crediti formativi, settori disciplinari e programmi relativi.

Calendario 2013/14

Gli insegnamenti del primo semestre si terranno dal 30 Settembre 2013 al 20 Dicembre 2013. Quelli del secondo semestre, dal 4 marzo 2013 al 7 Giugno 2013. Il 24 Settembre 2013 alle ore 10.00, in aula L3, si terrà un incontro con gli studenti nel quale i docenti illustreranno brevemente i programmi dei corsi.

Vita pratica

La maggior parte delle informazioni è riportata nel sito web del Corso di Studi: <http://mat.uniroma2.it/didattica>. Informazioni si possono anche ottenere per posta elettronica all'indirizzo dida@mat.uniroma2.it oppure rivolgendosi alla segreteria del Corso di LM, Sig.ra Filippetti, tel. 06 7259 4839.

Esami

Gli insegnamenti del primo semestre prevedono due appelli nella sessione estiva anticipata (gennaio - febbraio), un appello nella sessione estiva (giugno/luglio) e uno in quella autunnale (settembre). I corsi del secondo semestre prevedono due appelli nella sessione estiva, uno in quella autunnale e uno in quella invernale. Limitatamente agli studenti dell'ultimo anno che ne facciano richiesta, può essere svolto un ulteriore appello nei mesi di settembre/ottobre.

Trasferimenti

Gli studenti che intendono trasferirsi al corso di laurea magistrale in Matematica Pura ed applicata possono richiedere un parere preventivo ed informale da parte della Commissione scrivendo a dida@mat.uniroma2.it e allegando il proprio curriculum studiorum con elenco degli esami sostenuti, completo di crediti formativi, settori disciplinari e programmi relativi. Se lo studente ottiene un parere positivo dovrà seguire le modalità previste dall'ateneo per i trasferimenti

Gli studenti che si trasferiscono al Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata provenendo da altri Corsi di Magistrale, possono chiedere il riconoscimento dei crediti relativi ad esami sostenuti nel corso di studi d'origine. Il CdD valuterà di volta in volta le singole richieste.

Programmazione didattica A.A. 2013/14

Le istruzioni seguenti si riferiscono alla Laurea Magistrale relativa all'ordinamento del D.M. 270/04. Gli studenti iscritti alla Laurea Specialistica in Matematica o alla Laurea Specialistica in Matematica Applicata potranno naturalmente completare il proprio corso di studi in base al vecchio ordinamento. Gli studenti delle Lauree Specialistiche possono rivolgersi al Coordinatore dei Corsi di Laurea in Matematica per indicazioni specifiche.

I SEMESTRE

Algebre di operatori (8 CFU)

* Complementi di fisica (CF) (8 CFU)

Complementi di probabilità (CP) (8 CFU)

Elementi di analisi numerica (8 CFU)

Geometria complessa (8 CFU)

Geometria differenziale (8 CFU)

Meccanica statistica (8 CFU)

* MMMF : Metodi e modelli dei mercati finanziari (8 CFU)

Metodi numerici per PDE (8 cfu)

Meccanica analitica e celeste (FM3) (8 CFU)

Teoria della misura (CAM/1) (6 CFU) - attività caratterizzante – obbligatoria

II SEMESTRE

Analisi di Fourier (8 CFU)

* Codifica e compressione di segnali e immagini (8CFU)

Complementi di analisi numerica 2 (CAN/2) (8 CFU)

Complementi di Topologia algebrica (8 CFU)

Elementi di probabilità (EP/1) (8 CFU)

* Elementi di statistica matematica 1 (8 CFU)

Introduzione all'analisi funzionale (CAM2) (6 CFU) - attività caratterizzante – obbligatoria

* Laboratorio di calcolo (4CFU) - attività affine – obbligatoria

Metodi numerici per l'ottimizzazione (8 CFU)

*Progettazione di sistemi informatici interattivi (8 CFU)

Spazi di Sobolev e soluzioni deboli (EAM/2) (8 CFU)

Storia della scienza (8 CFU)

Superficie di Riemann (8 CFU)

Teoria assiomatica degli insiemi (8 CFU)

Teoria dei fibrati (8 CFU)

Teoria delle rappresentazioni 2 (8 CFU)

Teoria spettrale (8 CFU)

NOTA: L'asterisco (*) indica i corsi che, se inseriti nel piano di studio, devono far parte delle attività affini o a scelta dello studente.

Ripartizione dell'offerta formativa dei settori MAT

SETTORE MAT/01: LOGICA MATEMATICA

- Teoria assiomatica degli insiemi

SETTORE MAT/02: ALGEBRA

- Teoria delle rappresentazioni 2

SETTORE MAT/03: GEOMETRIA

- Geometria complessa
- Superfici di Riemann
- Geometria differenziale
- Teoria dei fibrati
- Complementi di topologia algebrica

SETTORE MAT/04: MATEMATICHE COMPLEMENTARI

- Storia della scienza

SETTORE MAT/05: ANALISI MATEMATICA

- Algebre di operatori
- Analisi di Fourier
- CAM/1: Teoria della misura
- CAM/2: Introduzione all'analisi funzionale
- EAM/1: Teoria spettrale
- EAM/2: Spazi di Sobolev e soluzioni deboli

SETTORE MAT/06: PROBABILITÀ

- Complementi di probabilità
- Elementi di probabilità
- Elementi di statistica matematica 1

SETTORE MAT/07: FISICA MATEMATICA

- Meccanica statistica
- Meccanica analitica e celeste

SETTORE MAT/08: ANALISI NUMERICA

- CAN/2 : Complementi di analisi numerica 2
- Elementi di Analisi numerica
- Metodi numerici per PDE

SETTORE MAT/09: RICERCA OPERATIVA

- Metodi numerici per l'ottimizzazione

Programmi dei corsi

ALGEBRE DI OPERATORI - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/05 - 64 ore di lezione in aula

Prof. F. Radulescu

Programma: Teoria base delle algebre di von Neumann. Teoria modulare. Settori e categorie tensoriali. Indice di Jones. Rappresentazioni a energia positiva di $SL(2, \mathbb{R})$ e reti conformi di spazi di Hilbert reali sul cerchio. Reti conformi di algebre di von Neumann. Rappresentazioni. Proprietà split e completa razionalità.

ANALISI DI FOURIER - II Semestre -8 CFU - settore MAT/05 - 64 ore di lezione in aula

Prof. M. Picardello

Programma: Spazi lineari normati. Norma L2 e ortogonalità. Successioni di Cauchy e completezza. Norma uniforme. Convergenza uniforme e convergenza puntuale di successioni e serie di funzioni. Integrale di Lebesgue e passaggio al limite sotto il segno di integrale. Integrali multipli e Teorema di Fubini. Norme Lp. Densità delle funzioni continue in Lp. Densità delle funzioni C1 a tratti negli spazi Lp. Inclusioni fra spazi Lp. Spazi di Hilbert. Sistemi ortonormali, disuguaglianza di Bessel. Sistemi ortonormali completi, identità di Parseval e sviluppi ortonormali. Proiezioni ortogonali e migliore approssimazione nella norma hilbertiana. Serie di Fourier (trigonometriche ed in forma complessa): convergenza L2, puntuale ed uniforme. Ordine di infinitesimo dei coefficienti di Fourier. Fenomeno di Gibbs (tempo permettendo). Identità approssimate. Convoluzioni e nuclei di sommabilità (cenni) Trasformata di Fourier in L1 ed in L2. Trasformata di Fourier della derivata e della convoluzione. Teorema di inversione e teorema di Plancherel. Classe di Schwartz. La trasformata di Fourier nella classe di Schwartz. Classe di Paley-Wiener. Formula di somma di Poisson. Distribuzioni temperate e loro trasformata di Fourier (trattazione completa o per cenni a seconda della disponibilità di tempo). Trasformata di Fourier di distribuzioni discrete e periodiche e relazione con la serie di Fourier. Campionamento. Teorema di Shannon. Aliasing. Trasformata di Fourier discrete sue proprietà. Trasformata rapida di Fourier. Trasformata discreta dei coseni.

CAM/1: TEORIA DELLA MISURA - I Semestre -6 CFU - settore MAT/05 – 48 ore di lezione in aula- il corso prevede ore di tutorato

Prof. R. Longo

Programma: Spazi misurabili, Teoremi di prolungamento. Funzioni di Borel, funzioni integrabili e loro integrale. Teoremi di passaggio al limite negli integrali. Generalità su spazi di Hilbert e di Banach. Spazi di funzioni di potenza p sommabile: completezza, convergenza in norma e q.o., sottoinsiemi densi, separabilità. Funzioni essenzialmente limitate. Misure prodotto. Misure con segno, decomposizione di Lebesgue e teorema di Radon-Nikodym. Funzioni a variazione limitata e funzioni assolutamente continue su R.

Testi consigliati : H. Royden “Real analysis”; W. Rudin “Analisi reale e complessa” – Boringhieri editore

CAM/2: INTRODUZIONE ALL'ANALISI FUNZIONALE - II Semestre - 6 CFU - settore MAT/05 - 48 ore di lezione in aula- il corso prevede ore di tutorato

Prof. P. Cannarsa

Programma: Spazi di Hilbert: Spazi pre-hilbertiani. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. Norma e metrica indotta da un prodotto scalare. Spazi di Hilbert. Insiemi di vettori ortogonali. Proiezione ortogonale su un convesso chiuso di un Hilbert. Proiezione ortogonale su un sottospazio chiuso. Decomposizione di Riesz. Sottospazio generato da un insieme e sua chiusura. Funzionali lineari e continui su uno spazio di Hilbert. Teorema di rappresentazione di Riesz. Successioni ortonormali in uno spazio di Hilbert. Uguaglianza e disuguaglianza di Bessel. Serie di Fourier e identità di Parseval. Successioni ortonormali complete. Esistenza di una base ortonormale su un Hilbert separabile di dimensione infinita. Completezza del sistema trigonometrico.

Spazi di Banach: Spazi normati e spazi di Banach. Operatori lineari limitati tra spazi normati. Norma di un operatore. Esempio di un funzionale lineare non limitato su uno spazio di Banach. Operatori di moltiplicazione su $L^1(a,b)$. Operatori integrali su $L^p(X,\mu)$. Calcolo della norma dell'operatore di Volterra su $L^1(0,T)$. Quoziente di uno spazio di Banach rispetto a un sottospazio chiuso e sua completezza rispetto alla norma quoziente. Esempio di due norme di Banach non equivalenti su uno stesso spazio (norma di König-Witstock).

Spazi duali e convergenze deboli : Prolungamento di funzionali lineari e continui su uno spazio normato. Teorema di Hahn-Banach per forme lineari reali. Funzionali sublineari. Teorema di Hahn-

Banach per forme lineari reali dominate da un funzionale sublineare. Teorema di Hahn-Banach per forme lineari complesse. Corollari del teorema di Hahn-Banach. Funzionale di Minkowski di un convesso aperto contenente l'origine e sue proprietà. Prima forma geometrica del teorema di Hahn-Banach: separazione di due convessi disgiunti, dei quali uno aperto, mediante iperpiani. Seconda forma geometrica del teorema di Hahn-Banach: separazione stretta di due convessi disgiunti, dei quali uno chiuso e l'altro compatto, mediante iperpiani. Duali degli spazi l^p . Biduale di uno spazio normato. Spazi di Banach riflessivi. Convergenza debole. Topologia indotta da una famiglia di funzionali lineari. Topologia debole. Equivalenza tra chiusura forte e debole per insiemi convessi. Teorema di Banach-Saks. Convergenza debole-*. Confronto con la convergenza debole. Teorema di Banach-Alaoglu. Proprietà di Radon-Riesz su spazi di Hilbert e l^p . Proprietà di Bolzano-Weierstrass debole in spazi di Banach riflessivi. Minimizzazione di funzionali convessi semicontinui inferiormente su spazi di Banach riflessivi.

Operatori lineari e continui tra spazi di Banach: Lemma di Baire. Principio di limitatezza uniforme (teorema di Banach-Steinhaus) e applicazioni. Teorema dell'applicazione aperta e suoi corollari. Teorema del grafico chiuso e applicazioni. Spazio di Sobolev $W^{l,p}(a,b)$. Aggiunto di un operatore limitato tra spazi di Banach. Aggiunto hilbertiano. Teorema di Lax-Milgram. Insieme risolvente di un operatore limitato. Spettro puntuale, continuo e residuo di un operatore limitato. Raggio spettrale e compattezza dello spettro. Serie di Neumann del risolvente di un operatore limitato. Analicità del risolvente. Spettro dell'operatore di Volterra su $L^1(0,1)$. Relazioni tra lo spettro di un operatore limitato e lo spettro del suo aggiunto. Spettro dell'operatore "traslazione a sinistra" su l^1 . Operatori autoaggiunti su spazi di Hilbert. Spettro di un operatore autoaggiunto. Operatori di rango finito. Operatori compatti. Chiusura del sottospazio degli operatori compatti. Approssimabilità uniforme di un operatore compatto con operatori di rango finito nel caso hilbertiano. Operatori di Hilbert-Schmidt. Compattezza dell'immersione di $W^{l,p}(a,b)$ in $C([a,b])$ per $p > 1$. Compattezza dell'aggiunto di un operatore compatto. Compattezza dell'operatore di Volterra su $L^p(0,1)$. Proprietà spettrali di un operatore compatto. Teorema spettrale e alternativa di Fredholm per operatori compatti autoaggiunti su uno spazio di Hilbert.

Sistemi di Sturm-Liouville : Operatore associato ad un problema ai limiti, sua funzione di Green e suo inverso. Decomposizione spettrale e caratterizzazione del rango. Sistemi di Sturm-Liouville con operatore associato non iniettivo. Applicazione al calcolo della norma dell'operatore di Volterra su $L^2(0,1)$.

Obiettivi formativi: acquisire metodologie teoriche e competenze computazionali per lo studio di problemi in dimensione infinita su spazi di Hilbert e di Banach, anche relativi ad operatori lineari e continui tra spazi di Banach

Modalità di accertamento: esame scritto e orale.

CODIFICA E COMPRESSIONE DI SEGNALI E IMMAGINI II Semestre -8 CFU - settore INF/01 - 64 ore di lezione in aula

Prof. D. Vitulano

Programma: Motivazione e richiami storici sulla compressione. Classificazione delle tecniche di compressione. Parametri utili per la compressione. Concetto di entropia e definizione di entropia in Teoria dell'informazione. Proprietà matematiche dell'entropia. Entropia congiunta, entropia condizionata, chain rule e loro proprietà matematiche. Legame tra entropia e compressione. Definizione e proprietà matematiche della distanza di Kullback-Leibler. Definizione e proprietà matematiche della mutua informazione. Codici a lunghezza variabile. Codici non singolari, univocamente decodificabili e istantanei. Disuguaglianza di Kraft e disuguaglianza estesa di Kraft. Cenni sui moltiplicatori di Lagrange. Primo teorema di Shannon (Noiseless source coding theorem). Definizione di distribuzione di probabilità diadica. Primo teorema di Shannon per un processo

stocastico stazionario. Teorema di McMillan. Ottimalità del codice di Shannon e teoremi annessi. Definizione di efficienza e ridondanza di un codice. Codice di Fano-Shannon ed esempi. Relazione tra entropia di una sorgente e il suo alfabeto. Teorema dell'independence bound dell'entropia. Codice di Huffman, esempi, proprietà e implementazione in matlab. Alberi a minima varianza. Ottimalità: Huffman versus Shannon. Ottimalità del codice di Huffman. Varianti al codice di Huffman: Huffman troncato. Binary shift code, Huffman shift. Arithmetic coding: definizione, proprietà, ottimalità ed esempi. Cenni sull'implementazione dell'arithmetic coding a precisione finita. Cenni sulla codifica universale: codice FGK. Proprietà di sibling di un albero e Teorema di Gallager. Conseguenze del teorema di Gallager. Huffman adattivo a tabella. Cenni sul codice di Vitter. Dictionary coding. LZ77, ottimalità di LZ77, LZ78 e LZW. Teoria della complessità di Kolmogorov. Teoremi sul legame tra la complessità di Kolmogorov e entropia. Definizione e teoremi sulla probabilità universale. Teoremi sul legame tra probabilità universale e complessità di Kolmogorov. Cenni su trasformate tempo-frequenza e loro applicazioni nella elaborazione di segnali e immagini. Cenni su: Trasformata di Fourier, Short time Fourier Transform, Trasformata wavelet continua, Trasformata Wavelet discreta, Trasformata wavelet 2D, e loro applicazioni con esempi in matlab. Codifica irreversibile per trasformata. Quantizzazione scalare e vettoriale. Definizione, proprietà ed esempi di quantizzazione scalare. Teoria dell'high bit rate coding. Entropia differenziale e proprietà. Disuguaglianza di Jensen e sue conseguenze. Bit allocation ottima con e senza trasformata. Distorsione pesata. Cenni sulla quantizzazione non uniforme. Compandor e teorema di esistenza di un compandor. Mu-law e A-law. Cenni sullo standard G-711. Definizione di significance map. Definizione di space filling curve: Peano e Hilbert. Run-length 1-D e 2-D. Curva rate-distortion in ipotesi di alta risoluzione. Teoria della low bit rate coding. Teorema sul legame tra il decadimento dello spettro di Fourier e regolarità di Lipschitz. Teoremi sul legame tra il decadimento (in scala) del modulo dei coefficienti wavelet e regolarità locale di Lipschitz. Proprietà di sparsità di una base. Soft e hard thresholding. Curva rate-distortion per funzioni in spazi di Besov. Teorema di Falzon-Mallat. Cenni sulle basi adattive. Matching pursuit. Base di Karhunen-Loeve e diagonalizzazione della matrice di covarianza. Codifica JPEG e implementazione in matlab. Codifica zero-tree. Codifica JPEG2000. Metodo dei minimi quadrati: caso lineare, caso generale (metodo di Gauss) ed esempi in matlab. Cenni su spazi metrici e funzioni contrattive. Teorema delle contrazioni. Definizione e proprietà della distanza di Hausdorff e dello spazio dei frattali. Teorema sulla completezza dello spazio dei frattali. Teoria dei sistemi di funzioni iterate: teoremi, esempi e prove in matlab di funzioni frattali. Teoria dei partitioned iterated functions systems. Codifica frattale. Cenni sulla codifica video. Codifica MPEG1. Cenni sulla stima del movimento. Block matching ed esempi in matlab. Phase correlation ed esempi in matlab. Linear prediction coding: codifica lossless, lossy e delta modulation.

Obiettivi formativi: L'obiettivo del corso è quello di fornire una panoramica dei principi teorici e dei metodi di codifica di segnali, immagini e video. Particolare attenzione sarà rivolta allo sviluppo di algoritmi relativi ai più noti standard di codifica e alla relativa implementazione in matlab.

Modalità di accertamento: L'esame consiste in una prova scritta e una prova orale. La prova scritta sarà di norma costituita da 5 esercizi riguardanti sia l'applicazione di modelli e metodi acquisiti nel corso che di quesiti teorici.

CAN/2: COMPLEMENTI ANALISI NUMERICA 2 II Semestre -8 CFU – settore MAT/08 – 64 ore di lezione in aula

Prof. Prof. P. Zellini

Programma: Metodi numerici per il calcolo del minimo di una funzione. Applicazione nella risoluzione di sistemi non lineari. Metodi del gradiente e del gradiente coniugato. Tecniche di preconditionamento. Metodi di Newton e quasi-Newton. Metodi variazionali di Galerkin per la risoluzione numerica di problemi differenziali ellittici al contorno. Il metodo degli elementi finiti nel

piano: triangolazioni, spazi polinomiali a tratti, basi canoniche. Studio del condizionamento del sistema lineare relativo al problema di convezione-diffusione. Basi gerarchiche.

COMPLEMENTI DI FISICA I Semestre -8 CFU - settore FIS/01 - 64 ore di lezione in aula

Dr. V. Merlo

Programma: Postulati della meccanica quantistica. Equazione di Schroedinger: stati stazionari, proprietà nel caso 1-dimensionale, sistema a due stati, barriere e buche di potenziale, effetto tunnel. Oscillatore armonico lineare. Momento angolare. Equazione di Schroedinger in coordinate sferiche: moto in un campo centrale, atomo di idrogeno, formula di Bohr. Spin: matrici di Pauli, elettrone in un campo magnetico, esperimento di Stern e Gerlach. Teoria delle perturbazioni. Metodo variazionale. Struttura fine dell'atomo di idrogeno, interazione spin orbita.

COMPLEMENTI DI PROBABILITÀ - I Semestre -8 CFU - settore MAT/06 - 64 ore di lezione in aula

Dr.ssa B. Pacchiarotti

Programma: Si tratta di un corso di probabilità classico, basato sulla teoria della misura, principalmente sulla convergenza di variabili aleatorie e leggi. In estrema sintesi: spazi di probabilità astratti; indipendenza; legge 0-1 di Kolmogorov; lemma di Borel-Cantelli; convergenza quasi certa; disuguaglianze di convessità; convergenza in probabilità; legge dei grandi numeri; funzioni caratteristiche; convergenza in legge; aspettazione condizionale; martingale: convergenza.

Modalità di accertamento: L'esame consiste in una prova scritta ed in una prova orale che deve essere effettuata nella stessa sessione in cui si supera la prova scritta. Gli studenti possono avvalersi di due prove di esonero. Gli studenti che superano con esito positivo gli esoneri (voto minimo per il superamento di un esonero: 15/30, voto minimo per il superamento degli esoneri: 18/30) accedono direttamente alla prova orale che deve essere effettuata entro la sessione estiva. Gli studenti, che ammessi all'orale, non superano la prova dovranno ripetere anche la prova scritta.

Per partecipare agli esami e agli esoneri è obbligatoria la prenotazione.

COMPLEMENTI DI TOPOLOGIA ALGEBRICA - II Semestre -8 CFU – settore MAT/03 – 64 ore di lezione in aula

Dr. P. Salvatore

Programma: Richiami sull'omologia; coomologia, gruppi di omotopia, spazi di Eilenberg-MacLane, fibrazioni, spazi dei lacci, omotopia razionale, applicazioni geometriche.

Obiettivi formativi: approfondire la conoscenza dei metodi di topologia algebrica e studiare alcune applicazioni geometriche.

Modalità di accertamento: al termine del corso è previsto un' esame orale.

EAM/1: TEORIA SPETTRALE II Semestre -8 CFU - settore MAT/05 - 64 ore di lezione in aula

Prof. R. Longo

Programma: Teoria base per spazi di Hilbert e spazi di Banach. Operatori lineari e continui. Algebre di Banach, teoria di Gelfand. Operatori compatti, teoria spettrale. Operatori chiusi e chiudibili. Operatori Hermitiani ed autoaggiunti su uno spazio di Hilbert. Teorema spettrale per operatori normali. Decomposizione polare.

EAM/2: SPAZI DI SOBOLEV E SOLUZIONI DEBOLI II Semestre -8 CFU - 64 ore di lezione in aula

Prof. C. Sinestrari

Programma: Teoremi di compattezza in spazi di funzioni continue e di Lebesgue. Spazi di Sobolev e loro proprietà. Disuguaglianze di Sobolev-Gagliardo-Nirenberg e di Morrey, teorema di Rellich e loro conseguenze. Formulazione variazionale dei problemi ai limiti ellittici mediante gli spazi di Sobolev, esistenza e regolarità delle soluzioni deboli. Principi di massimo. Teoria spettrale per il problema di Dirichlet. Teorema di Hille-Yosida ed equazioni di evoluzione. L'equazione del calore e delle onde, esistenza di soluzioni in spazi di Sobolev.

Obiettivi formativi: Introduzione ai metodi moderni per lo studio delle equazioni differenziali alle derivate parziali, utilizzando nozioni deboli di soluzione, metodi di analisi funzionale e la teoria degli spazi di Sob

Modalità di accertamento: Esame orale.

ELEMENTI DI ANALISI NUMERICA – I Semestre – 8 CFU – settore MAT/08 – 64 ore di lezione in aula

Prof. C. Di Fiore

Programma: Approfondimento di tematiche dell'Analisi Numerica. In particolare: calcolo di _uto valori e risoluzione numerica di equazioni differenziali.

ELEMENTI DI PROBABILITÀ 1: II Semestre – 8 CFU – settore MAT/06 – 64 ore di lezione in aula

Prof. P. Baldi

Programma: Propedeuticità: CP. Il corso è un'introduzione al calcolo stocastico di Ito e ai processi di diffusione. Argomenti trattati: Martingale in tempo continuo; moto browniano: regolarità, comportamento asintotico, proprietà di invarianza; integrale stocastico: costruzione, formula di Ito e teorema di Girsanov; equazioni differenziali stocastiche: esistenza, unicità e proprietà di Markov delle soluzioni.

ELEMENTI DI STATISTICA MATEMATICA 1 II Semestre -8 CFU- settore MAT/06- 64 ore di lezione in aula

Prof. G. Scalia Tomba

Programma: Modelli statistici, stimatori UMVUE, sufficienza minimale, completezza. Disuguaglianza di Cramer-Rao generale, informazione di Fisher.

Test di significatività e intervalli di confidenza. Stimatori di verosimiglianza, teoria asintotica, test collegati e loro teoria asintotica. Efficienza di altri tipi di stimatori. Il modello lineare generale con formalismo matriciale. Introduzione ai modelli lineari generalizzati. uso del software R e simulazione stocastica. Concetti fondamentali dell'analisi dei dati di sopravvivenza: censura, troncamento, stima parametrica di parametri e stimatore Kaplan-Meier. Modello di regressione di Cox per la funzione di rischio.

Obiettivi formativi: Il corso ha come finalità l'approfondimento dei concetti e metodi fondamentali della statistica matematica, in particolare le proprietà degli stimatori di massima verosimiglianza, lo studio di modelli per tipi specifici di dati, quali tempi di sopravvivenza, e l'uso di un software statistico, il freeware R.

Modalità di accertamento: l'esame consiste in una prova scritta e nella presentazione orale e scritta di una tesina che illustri l'analisi statistica, mediante l'uso di software statistico, di un insieme di dati assegnato.

GEOMETRIA COMPLESSA - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/03 - 64 ore di lezione in aula

Prof. S. Trapani

Programma: Funzioni oloomorfe e aperti di oloomorfia. Serie di potenze di più variabili complesse. Lemma di Abel, convergenza normale ed assoluta, dominio di convergenza di una serie, domini di Reinhardt. Funzioni oloomorfe in più variabili integrale di Cauchy, sviluppo in serie di potenze di una funzione oloomorfa, disuguaglianza di Cauchy teorema di Liouville, funzioni oloomorfe come soluzioni dell'equazione $\bar{f} = 0$: Teorema di inversione locale versione oloomorfa (senza dimostrazione). Teorema delle funzioni implicite versione oloomorfa (senza dimostrazione) Teorema del rango versione oloomorfa (senza dimostrazione). Principio di prolungamento analitico e principio del massimo. Teorema di Cauchy generalizzato (per funzioni di una variabile complessa) Soluzione dell'equazione $\bar{f} = g$ con g a supporto compatto in C^n : Il teorema di Hartogs di estensione di funzioni oloomorfe fuori da un compatto. Convergenza uniforme sui compatti di funzioni oloomorfe. Teorema di Vitali (successioni di funzioni oloomorfe equilimitate sui compatti ammettono sottosuccessioni convergenti sui compatti). Insiemi analitici e loro dimensione (cenni) teoremi di estensione di funzioni oloomorfe fuori da insieme analitici. Cappelli di Hartogs e loro completamenti. Aperti di oloomorfia definizione e prime proprietà. Convessità rispetto ad una famiglia di funzioni, aperti oloomorficamente convessi Il teorema di Cartan Thullen. Aperti di esistenza. Caratterizzazione dei domini di convergenza di una serie come i domini di Reinhardt completi di oloomorfia. Aperti a frontiera differenziabile, forma di Levi e il teorema di Levi. Aperti pseudoconvessi, funzioni subarmoniche e plurisubarmoniche, il principio di continuità, caratterizzazione degli aperti pseudoconvessi, caratterizzazione degli aperti pseudoconvessi a frontiera differenziabile, enunciazione del problema di Levi. Stime L^2 di Hormander : Forme differenziali di tipo (p, q) su varietà complesse enunciato del teorema di risolubilità dell'equazione $\bar{f} = g$ su aperti pseudoconvessi. Soluzione del problema di Levi come conseguenza del teorema di risolubilità. Operatori chiusi densamente definiti su spazi di Hilbert, l'operatore $\bar{\partial}$ in spazi L^2 con peso, risoluzione dell'equazione $\bar{f} = g$ in spazi L^2 con peso, regolarità della soluzione. Teorema di preparazione di Weierstrass: L'anello dei germi di funzioni oloomorfe in un punto, il teorema di preparazione di Weierstrass e il teorema di divisione di Weierstrass, prime proprietà algebriche dell'anello dei germi di funzioni oloomorfe

Testi consigliati: “Teoria elementare delle funzioni di più variabili complesse”, Salvatore Coen ; “Holomorphic functions and integral representation in several complex variables”, R. Range; “Function theory of several complex variables” S. Krantz; “An introduction to complex analysis in several variables” , L. Hormander.

Obiettivi formativi: Dare agli studenti le basi della teoria delle funzioni di più variabili complesse.

Modalità di accertamento: Esame finale scritto e orale.

GEOMETRIA DIFFERENZIALE - I Semestre -8 CFU - settore MAT/03 - 64 ore di lezione in aula

Prof. M. Nacinovich

Programma: Fibrati di Steenrod. Azione di gruppo. Azioni continue. Fibrati di Steenrod e fibrati principali Un Lemma di trivializzazione. Richiami sui CW-complessi. Invarianza omotopica dei fibrati di Steenrod a base CW Fibrati universali. Fibrati di Milnor. Fibrati di Steenrod differenziabili. Definizioni principali. Alcuni esempi. Fibrati k -universali differenziabili. Fibrati principali. Gruppi di Lie. Sottogruppi di Lie.

La forma di Maurer-Cartan. Gruppi di Lie di trasformazioni. Fibrati principali. Morfismi di fibrati principali. Spazi omogenei. Il fibrato dei sistemi di riferimento. Riduzione del gruppo strutturale e G -strutture. G -strutture su una varietà differenziabile. Rappresentazioni lineari e fibrati vettoriali.

Connessioni principali. La distribuzione verticale. Il concetto di connessione principale. Pullback di una connessione principale. Il fibrato delle connessioni principali. Automorfismi di una connessione principale. Forme di Christoffel ed equazioni di gauge. Sollevamento orizzontale di campi di vettori. Sollevamento orizzontale di cammini e trasporto parallelo. Il gruppo di ologonomia. Differenziazione covariante e curvatura. Differenziale di forme tensoriali e pseudo tensoriali. Differenziazione

covariante di sezioni di fibrati vettoriali. Espressione locale del differenziale covariante. Forma di curvatura ed equazioni di struttura. Connessioni piatte. La famiglia delle connessioni principali. Rappresentazione aggiunta e tensore di curvatura. Trasporto parallelo di vettori. Differenziazione covariante secondo Koszul. Il Teorema di Ambrose-Singer. L'olonomia infinitesima. Connessioni invarianti canoniche su spazi omogenei. Connessioni invarianti. Varietà affini e Riemanniane. Connessioni e varietà affini. Forme di torsione e di curvatura. Derivazione covariante, torsione e curvatura. Interpretazione geometrica della torsione e della curvatura. Esistenza di connessioni simmetriche. Derivazione covariante lungo una curva. Forme e simboli di Christoffel. Parallelismo. Geodetiche. Espressione in coordinate delle equazioni di struttura. Metriche pseudo-Riemanniane e connessione di Levi-Civita. Espressioni locali. Connessioni lineari su varietà dotate di una connessione affine. Connessioni affini invarianti sugli spazi omogenei. Rappresentazione lineare d'isotropia. Connessioni affini canoniche su spazi omogenei riduttivi. Connessioni affini invarianti. Connessioni invarianti su spazi riduttivi. Applicazione esponenziale e campi di Jacobi. L'applicazione esponenziale. Intorni normali ed intorni convessi. Definizione dei campi di Jacobi. Campi di Jacobi su una varietà Riemanniana. Punti coniugati. Varietà Riemanniane. Metriche Riemanniane e pseudo-Riemanniane. Estensione della metrica ai fibrati tensoriali. Geodetiche e distanza Riemanniana. Il funzionale dell'energia. Varietà di Riemann compatte. Il teorema di Hopf-Rinow. Varietà Riemanniane con curvatura negativa. Operatori differenziali sulle varietà Riemanniane. Elemento di volume ed operatore di Hodge. Codifferenziale, operatore di Laplace-Beltrami, divergenza. Co-differenziazione covariante di forme differenziali. Divergenza di tensori simmetrici. L'operatore di Laplace-Beltrami. Il Laplaciano naturale. Il Laplaciano di Lichnerowicz. Laplaciano sulle forme differenziali alternate. Immersioni, isometrie, campi di Killing. Immersioni pseudo-Riemanniane. Isometrie. Campi di Killing. Proprietà algebriche del tensore di curvatura. La curvatura sezionale. Varietà totalmente geodetiche. Metriche invarianti. Metriche pseudo-Riemanniane su spazi omogenei. La connessione di Levi-Civita sugli spazi omogenei. Metriche di Einstein. Proprietà del tensore di curvatura. Curvatura sezionale. Il tensore di Ricci. Un Teorema di Myers. Curvatura scalare. Metriche di Einstein. Spazi simmetrici. Spazi affini localmente simmetrici. Alcuni risultati sui gruppi di trasformazioni. Automorfismi affini e isometrie. Spazi Riemanniani globalmente simmetrici. Coppie simmetriche e simmetriche Riemanniane. Algebre di Clifford e Spinori. Algebre di Clifford. Involuzioni dell'algebra di Clifford. I gruppi spinoriali.

LABORATORIO DI CALCOLO - II Semestre – 4 CFU - settore INF/01 - 48 ore di lezione in aula
Prof. P. Baldi

Programma: Introduzione all'uso di software scientifico (linguaggio C e software ad alto livello) per lo studio e la risoluzione di problemi di matematica avanzata.

MECCANICA ANALITICA E CELESTE - I Semestre -8 CFU - settore MAT/07 - 64 ore di lezione in aula

Prof.ssa A. Celletti

Programma: Richiami di Meccanica Hamiltoniana: trasformazioni canoniche, criteri di canonicità, parentesi di Poisson, integrali primi. Sistemi integrabili. Teorema di integrabilità locale. Teorema di Arnold-Liouville e variabili azione-angolo. Esempi di sistemi integrabili: oscillatori armonici, moto in un campo centrale, giroscopio pesante. Variabili azione-angolo di Delaunay per il problema dei 3 corpi. Teoria perturbativa: teorema di Hamilton-Jacobi, teorema di Birkhoff per gli oscillatori armonici. Il problema dei 3 corpi ristretto: applicazione della teoria perturbativa per il calcolo della precessione del perielio. Teorema KAM: dimostrazione, aritmetica degli intervalli, cenni di teoria dei numeri e frazioni continue. Sistemi continui e discreti, mappe di Poincaré, standard map. Tecniche classiche e superconvergenti. Cenni sul metodo di Greene. Teorema di Nekhoroshev. Risonanze orbita-orbita

Risonanze spin-orbita: derivazione del modello e costruzione di superfici invarianti. Collisioni e regolarizzazione. Singularità non-collisionali. Trasformazione di Levi-Civita.

Testi consigliati: Dispense fornite dal docente.

Obiettivi formativi: Il corso verte su un'introduzione alla Meccanica Celeste, cioè allo studio del moto di pianeti e satelliti (sia naturali, che artificiali) del sistema solare.

Si intendono affrontare gli argomenti principali della Meccanica Celeste, quali ad esempio la stabilità del sistema solare (che fine faranno la Terra e gli altri pianeti?), il motivo per il quale la Luna rivolge sempre la stessa faccia verso la Terra (e quindi vediamo solo un emisfero della Luna), le collisioni passate e future che caratterizzano il sistema solare (dalla scomparsa dei dinosauri alla previsione di impatti asteroidali).

Modalità di accertamento: L'esame consiste nella preparazione di un seminario su un argomento di ricerca oppure nella compilazione di una tesina in cui si applicano le nozioni introdotte nel corso. Esempi di tesine assegnate negli anni scorsi sono: Calcolo della precessione del perielio (cioè il calcolo delle deviazioni indotte dai pianeti sull'orbita ellittica della Terra); Determinazione della precessione degli equinozi (e conseguente sfasamento delle costellazioni dello zodiaco); Calcolo dell'interazione tra moto di rotazione e rivoluzione della Luna (collegato al fatto che la Luna rivolge sempre la stessa faccia alla Terra; tale condizione è nota con il nome di "risonanza spin-orbita").

Il corso si conclude con un esame orale.

MECCANICA STATISTICA- I Semestre -8 CFU - settore MAT/07 - 64 ore di lezione in aula

Prof. E. Olivieri

Programma: Teorema di Liouville e sue conseguenze. Teorema di ricorrenza di Poincaré, Ensembles statistici. Ensembles ortodici. Equivalenza fra gli ensembles. Modello di Ising

Obiettivi formativi: Cominciamo delineando la Meccanica Statistica come la Scienza che è in grado di porre in relazione il comportamento macroscopico (su larga scala) di sistemi a molte parti interagenti, con i sistemi elementari (atomi, molecole, ioni...) che lo compongono. Rinunciamo fin dall'inizio a tentare di formulare una teoria unificata valida per tutti i sistemi a molte parti interagenti. Notiamo che se anche tale teoria esistesse sarebbe certamente deludente dal punto di vista applicativo mentre sarebbe astratto da quello teorico. Un capitolo di importanza fondamentale per la meccanica statistica dell'equilibrio è dato dal paradigma gibbsiano. Si tratta di sistemi hamiltoniani, tipicamente sistemi continui di particelle classiche (non quantistiche). Lo stato del sistema è descritto da un punto rappresentativo su un opportuno spazio detto spazio di fase. Per questi sistemi è definita una funzione H detta hamiltoniana che gioca un ruolo particolare nello sviluppo della teoria. Il contesto classico in cui ci poniamo è quello di N particelle contenute all'interno di una scatola di volume $|V|$. Per esempio N tale che $N \ll |V|$. Una misura (In generale non normalizzata) è definita formalmente da $\exp -\beta H$. Da qui l'importanza dell'enunciato del teorema di Liouville: "dato un sistema hamiltoniano, sotto ipotesi molto generali, le soluzioni delle equazioni hamiltoniane associate conservano la misura di Lebesgue sullo spazio delle fasi". Lo scopo principale che ci si prefigge nello studio dei sistemi hamiltoniani è quello di fornire un modello continuo di termodinamica e contemporaneamente permettere di calcolare le equazioni di stato in termini dei parametri di interazione del modello macroscopico.

METODI E MODELLI DEI MERCATI FINANZIARI I Semestre -8 CFU- settore SECS-S/06 - 64 ore di lezione in aula

Prof. L. Caramellino

Programma: Calcolo del prezzo e della copertura di opzioni europee quando il modello di mercato è scelto nella classe dei modelli continui. Sono quindi trattati argomenti propri del calcolo stocastico

(processi di Markov, teorema di Girsanov, diffusioni e formule di rappresentazione alla Feynman- Kac) ed introdotti modelli di diffusione per i mercati finanziari, per lo studio dell'arbitraggio e della completezza del mercato. Particolare enfasi è data al modello di Black e Scholes. Parte del corso è dedicata ai metodi numerici Monte Carlo per la finanza.

Obiettivi di apprendimento: Comprensione del linguaggio proprio della finanza matematica; conoscenza dei modelli di diffusione per la finanza, in particolare per la risoluzione dei problemi legati alle opzioni (calcolo del prezzo e della copertura); capacità di istituire collegamenti con materie collegate (teoria della misura, equazioni alle derivate parziali, linguaggi di programmazione etc.) e con problemi provenienti dal mondo reale; risoluzione numerica di problemi reali (prezzo e copertura di opzioni) tramite costruzione di algoritmi Monte Carlo.

Modalità di accertamento: esame orale, che comprende delle prove al calcolatore.

METODI NUMERICI PER L'OTTIMIZZAZIONE II Semestre -8 CFU - settore MAT/09 - 64 ore di lezione in aula

Prof. S. Fanelli

Programma: L'approccio del gradiente. Il metodo di discesa più ripida. Il metodo del gradiente coniugato: il caso quadratico. Il metodo di Fletcher-Reeves: il caso generale. Il metodo di Newton-Raphson. Funzioni convesse n-dimensionali. Problemi di Programmazione Convessa. Condizioni di Kuhn-Tucker. L'algoritmo di Wolfe. L'algoritmo del gradiente ridotto. Problemi di Programmazione Non Lineare generale. L'approccio Quasi-Newtoniano: metodi BFGS. Applicazioni a problemi di ottimizzazione su Reti Neurali. Attrattori terminali e modelli di ottimizzazione globale su Reti MLP.

METODI NUMERICI PER EQUAZIONI A DERIVATE PARZIALI - I Semestre -8 CFU - settore MAT/08 - 64 ore di lezione in aula

Prof. D. Bertaccini

Programma : Prerequisiti: corso di Analisi Numerica/Calcolo Numerico; calcolo differenziale in più variabili. Introduzione all'approssimazione mediante differenze finite ed elementi finiti. Metodi per equazioni alle derivate parziali in zero dimensioni: i BVP di equazioni differenziali ordinarie. Metodi alle differenze finite per equazioni ellittiche. Problemi ai valori iniziali per equazioni alle derivate parziali in zero dimensioni. Zero-Stabilità e convergenza per problemi ai valori iniziali A- e L-stabilità e metodi per problemi stiff. Classificazione delle equazioni alle derivate parziali lineari del secondo ordine: ellittiche, paraboliche, iperboliche. Derivazione delle PDE dalle leggi di conservazione e trasporto, diffusione, reazione-diffusione, trasporto-diffusione, trasporto-reazione-diffusione. Analisi di Fourier delle PDE lineari. Equazione di diffusione. Equazione del trasporto e cenni ai metodi per sistemi iperboliche. Cenni ai metodi di ordine alto. Leggi di conservazione non lineari. Soluzione sistemi lineari sparsi di grandi dimensioni generati di volta in volta dai modelli discreti e semidiscreti visti. Note sulla soluzione di alcuni sistemi lineari strutturati. Metodi agli elementi finiti e formulazione debole. Applicazione al caso lineare ellittico e parabolico 1D, cenni al caso 2D. Applicazione a problemi modello lineari e nonlineari.

Testi consigliati: R. J. LeVeque, "Finite Difference Methods for ODEs and PDEs", Steady State and Time Dependent Problems. SIAM, Philadelphia, 2007; Alfio Quarteroni, "Modellistica Numerica per Problemi differenziali", Springer editore, 2008; Y. Saad, [Iterative Methods for Sparse Linear Systems](#), PWS, 1996, 2000; Dispense, articoli e appunti del corso.

Obiettivi formativi: Introduzione rigorosa ai metodi numerici per le equazioni alle derivate parziali con particolare riferimento agli schemi alle differenze finite per problemi di evoluzione. Soluzione dei modelli discreti tramite metodi proiettivi preconditionati. Analisi dei metodi su problemi modello lineari e indicazioni sulla costruzione degli algoritmi. Esempi di problemi nonlineari di evoluzione da elaborazione di immagini, dalle scienze biomediche e Ingegneria. Verranno considerati con particolare

attenzione aspetti quali : qualità dell'approssimazione e stabilità degli algoritmi e approssimazione delle soluzioni dei problemi discreti generati dagli schemi che verranno trattati.

Modalità di accertamento: La prova finale consiste in una interrogazione orale sui contenuti del corso con esercizi e una tesina (a scelta dello studente e previa approvazione del docente) .

PROGETTAZIONE DI SISTEMI INFORMATICI INTERATTIVI - II Semestre -8 CFU - settore INF/01 - 64 ore di lezione in aula

Prof. E. Nardelli

Programma: Aspetti teorici dell'interazione persona calcolatore. Metodologie di progetto dell'interazione. Usabilità. Modellamento di Sistemi Reattivi. Svolgimento di un progetto didattico.

STORIA DELLA SCIENZA II Semestre -8 CFU - settore MAT/04 - 64 ore di lezione in aula

Prof. L. Russo.

SUPERFICI DI RIEMANN II Semestre -8 CFU - settore MAT/04 - 64 ore di lezione in aula

Prof. G. Pareschi

Programma: Motivazioni ed esempi concreti dalla teoria delle funzioni algebriche, dalla meccanica dei fluidi e dalla teoria delle funzioni ellittiche e degli integrali ellittici. Monodromia, teorema di esistenza di Riemann e superfici di Riemann di una funzione olomorfa. Superfici quoziente. Analisi su superfici di Riemann: 1-forme e integrali curvilinei, 2- forme e integrali di superficie. Primo gruppo di coomologia di de Rham. Decomposizione di 1-forme, operatore di Laplace e funzioni armoniche. Norma di Dirichlet. Funzioni e integrali ellittici. Genere. Applicazioni della caratteristica di Eulero. Formula di Riemann-Hurwitz. Teorema fondamentale di esistenza. Teorema di Riemann-Roch. Teorema di uniformizzazione. Elementi geometria iperbolica in dimensione due, superfici iperboliche, autoisometrie, geodetiche. Forme automorfe. Immersioni proiettive di superfici di Riemann compatte. Curve canoniche e versione geometrica del Teorema di Riemann Roch. Varie applicazioni alla geometria delle curve algebriche. Integrali abeliani e varietà Jacobiane. Teoremi di Abel e Jacobi.

Testi consigliati: C. L. Siegel: "Topics in complex function theory", Vol. I e Vol. II, Wiley-Interscience; G. Springer: "Introduction to Riemann Surfaces", AMS Chelsea Publishing.

S. Donaldson, "Riemann Surfaces", Oxford University Press.

Obiettivi formativi: Lo scopo del corso è mostrare come le conoscenze fondamentali apprese nella laurea triennale (algebra di base, analisi reale e complessa, topologia, geometria delle curve e delle superfici differenziabili, geometria proiettiva) si fondano in uno degli argomenti più classici e affascinanti dell'intera matematica. Piuttosto che adottare il punto di vista astratto della geometria complessa e algebrica contemporanea, si manterrà il punto di vista classico, focalizzando su motivazioni ed esempi concreti, cercando di utilizzare il più possibile quanto appreso nella laurea triennale. Una parte riguarderà la relazione tra le superfici di Riemann e le geometrie non-euclidee, specialmente la geometria iperbolica.

Modalità di accertamento: esame orale.

TEORIA ASSIOMATICA DEGLI INSIEMI - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/01 - 64 ore di lezione in aula

Prof.ssa B. Veit

Programma: Tema del corso è il divario tra verità e dimostrabilità. Studieremo in un primo tempo la cosiddetta logica del primo ordine, nella quale i concetti di verità e di dimostrabilità coincidono. Affronteremo poi il famoso teorema di Goedel secondo il quale è impossibile dimostrare tutte le verità dell'aritmetica (quindi a fortiori è impossibile dimostrare tutte le verità matematiche). Chiudiamo esibendo due teorie nelle quali, al contrario, esiste addirittura un algoritmo che fornisce tutte le verità:

l'algebra dei numeri reali e l'algebra dei numeri complessi.

TEORIA DEI FIBRATI – II Semestre -8 CFU - settore MAT/03 - 64 ore di lezione in aula

Prof. F. Bracci

Programma: Il programma del corso è il seguente: varietà reali e complesse, sottovarietà, fibrato tangente, fibrazioni, fibrati vettoriali e principali, algebra tensoriale di fibrati vettoriali. Fasci, coomologia di Čech. Fibrati vettoriali e fasci localmente liberi. Successioni esatte, splitting e connessioni su fibrati. Classi di Chern. Connessioni parziali e teorema di annullamento di Bott.

Testi consigliati: note di F. Bracci "Teoria dei Fibrati".

Obiettivi Formativi: L'obiettivo del corso è quello di introdurre lo studente alle tecniche base di geometria complessa che si utilizzano nella ricerca scientifica attuale.

Modalità di accertamento: L'esame è orale. Durante il corso vengono lasciati esercizi da svolgere che gli studenti a turno risolveranno alla lavagna.

TEORIA DELLE RAPPRESENTAZIONI 2 - II Semestre -8 CFU - settore MAT/02 - 64 ore di lezione in aula

Prof.ssa E. Strickland

Programma: Algebre di Lie. Ideali. Rappresentazione aggiunta. Algebre risolubili e nilpotenti. Teoremi di Lie e Engel. Forma di Killing. Criterio di Cartan. Algebre semisemplici. Sottoalgebre di Cartan. Decomposizione di Cartan. Sistemi di radici. Radici semplici. Sistemi di radici di rango 2. Grafi di Coxeter. Diagramma di Dynkin. Classificazione delle algebre di Lie semisemplici. Rappresentazioni e loro classificazione. Teorema di PBW.

Testi Consigliati: Humphreys J., "Introduction to Lie algebras and representation theory." Springer Verlag, New York Berlin; W. Fulton-J. Harris "Representation theory", Springer Verlag, 1991.

Obiettivi formativi: il corso ha lo scopo di introdurre una teoria algebrica tra le più affascinanti e basilari nell'algebra avanzata, propedeutica per qualunque altro corso su strutture algebriche correntemente in uso. I prerequisiti sono le nozioni di base di algebra 1 e 2.

Modalità di accertamento: esame orale.