

Programma del Corso CALG1

Rappresentazioni dei gruppi

A.A.2008-2009

Prof. Elisabetta Strickland

Richiami di algebra multilineare: prodotto tensoriale, potenza esterna, potenza simmetrica di spazi vettoriali.

Rappresentazioni di un gruppo finito. Sottorappresentazioni, somma diretta, prodotto tensoriale, potenza simmetrica ed esterna di rappresentazioni. Rappresentazione duale, rappresentazione-permutazione. Rappresentazione regolare.

Rappresentazioni irriducibili, riducibili, completamente riducibili. Teorema di Maschke. Lemma di Schur.

Rappresentazioni di gruppi abeliani. Rappresentazioni di S_3 .

Definizione di carattere di un gruppo finito. Proprietà dei caratteri. Caratteri di rappresentazioni ottenute come somma diretta, prodotto tensoriale, duale, potenza simmetrica e alterna di rappresentazioni.

Caratteri lineari. Caratteri irriducibili. Tavole dei caratteri. Tavola dei caratteri di S_3 . Formula del punto fisso. Relazioni di ortogonalità tra caratteri. Numero delle rappresentazioni irriducibili di un gruppo. Classi coniugate e tavole dei caratteri di S_4 , S_5 . Tavola dei caratteri del gruppo diedrale $D_{2,4}$ e del gruppo dei quaternioni Q . Algebra-gruppo.

Diagrammi e tableaux di Young. Simmetrizzatori di Young. Rappresentazioni del gruppo simmetrico S_d . Formula di Frobenius per i caratteri del gruppo simmetrico. Hook formula per le dimensioni. Regola di Murnaghan-Nakayama

Teorema di Burnside sulla risolubilità dei gruppi di ordine $p^a q^b$.

Rappresentazioni del gruppo simmetrico e calcolo delle probabilità: smazzate di carte da gioco.

Gruppi lineari, rappresentazioni unitarie. Il caso di $SU(2)$. Algebre tensoriali. Algebra di Grassmann e di Clifford. Formula di raddrizzamento. Moduli di Schur. Rappresentazioni di $GL(n)$ e $SL(n)$. Applicazioni alla meccanica quantistica.

Testi consigliati:

Renata Scognamillo, "Rappresentazioni di gruppi finiti e loro caratteri", Scuola Normale Superiore, 1999.

W. Fulton-J. Harris "Representation theory", Springer Verlag, 1991.