

RECHERCHES

sur

LA RÉSISTANCE

DU MILLIEU

DANS LEQUEL

LES PLANETTES SE MEUVENT,

PAR

J. A. EULER,

DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES ET BELLES-LETTRES
DE PRUSSE.

*Hæc sunt impostis liquidum, gravitate constantem,
Asidera, nec quicquam terræ facis habentem.*



A BERLIN,
Chez Chrétien Frédéric Vols.
MDCCLXII,

OBSERVATOIRE
DE NICE
Bibliothèque
N. A. 602





AVERTISSEMENT.

Cet Ecrit a été composé pour répondre à la Question proposée par l'Académie Royale des Sciences de Paris pour l'année courante 1762. M. l'Abbé Bossû, Professeur Royal de Mathématiques de l'Ecole de Genie à Mezières, a remporté le Prix; & le premier *accessit* a été adjugé à la Pièce dont je me déclare l'Auteur en la publiant. L'Eloge avec lequel l'Académie a bien voulu en parler dans son Programme, justifie cette publication, & donne lieu d'espérer que les juges compétens lui feront un accueil favorable.

On avoit demandé;

Si les Planètes se meuvent dans un milieu dont la résistance produise quelque effet sensible sur leur mouvement ?

A 2 Pour

OBSEVATOIRE
DE MARS
BIBLIOTHEQUE
A 2

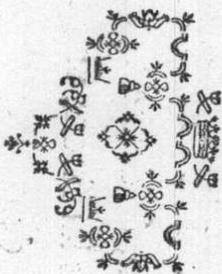


Pour répondre à cette question, il faut examiner trois choses.

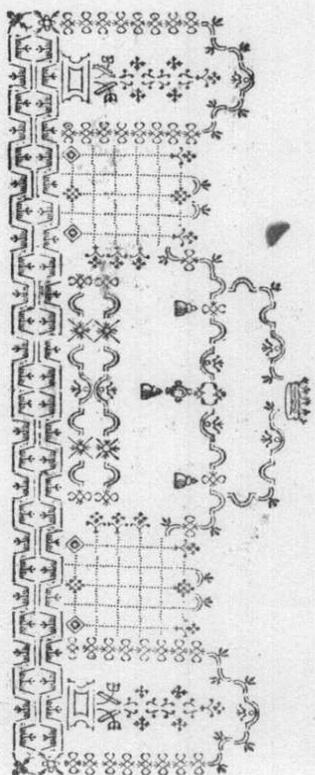
Premierement, il s'agit d'approfondir la nature du milieu dans lequel les Planètes se meuvent.

En second lieu, de rechercher, si ce milieu est capable de produire quelque altération sur le mouvement des Planètes? &

Enfin, de déterminer par un calcul exact les dérangemens qui en résultent effectivement.



PRE.



PREMIERE PARTIE.

SUR LA

NATURE DU MILIEU

DANS LEQUEL

LES PLANETES SE MEUVENT.

On ne sauroit soutenir que l'espace dans lequel les Planètes se meuvent soit un vuide parfait. Sans parler de plusieurs autres raisons, la lumière seule prouve suffisamment, que tout l'espace du Ciel est rempli de cette matière subtile dont les rayons de lumière sont formés.

Si les rayons de lumière étoient des émanations actuelles des corps lumineux, lancés avec cette prodigieuse vitesse qui leur fait parcourir l'espace immense du Soleil jusqu'à nous en moins de huit secondes de tems, ce seroient ces mêmes émanations lumineuses dont tout l'espace des

A 3

des Cieux seroit rempli, & qui le traverseroient en tout sens avec une égale rapidité.

Mais, quoique le grand Newton ait soutenu ce sentiment, il est assésien à tant d'inconvéniens, que je crois devoir l'abandonner, & embrasser celui qui explique la propagation de la lumière d'une manière semblable à celle du son.

Sans parler de l'épouvement que les corps lumineux devoient souffrir suivant le sentiment de Newton, le seul phénomène de plusieurs rayons de lumière qui passent sans se troubler par le même point le détruit tout à fait.

Il est contre les principes les mieux établis de la Mécanique, que plusieurs particules, quelques subtiles qu'on les conçoive, passent à la fois par le même point & en tout sens, avec une vitesse aussi prodigieuse que celle de la lumière, sans se choquer & troubler le mouvement les unes des autres.

Or, dans l'autre système, nous savons non seulement par l'expérience, que plusieurs sons traversent le même point sans se troubler, mais Mr. de la Grange a fait voir très clairement, dans les Mémoires de la Société de Turin, que ce phénomène est parfaitement d'accord avec les principes de la Mécanique, & qu'il en est même une suite nécessaire.

Je passe sous silence tant d'autres raisons, que les Philosophes les plus éclairés ont déjà alléguées, & qui ne laissent plus aucun doute, que la lumière ne soit produite par les corps lumineux de la même manière que le son est produit par les corps sonores, & que la propagation dans l'un & l'autre cas ne suive les mêmes loix.

Il faut donc que tout l'espace des Cieux soit rempli d'une manière propre à transmettre les petites impulsions, ou ébranlemens qui constituent la nature de la lumière, tout comme nous savons à présent par les heureuses recherches de Mr. de la Grange, que le son est transmis par l'air.

De là il s'ensuit que cette manière celle doit être fluide & semblable à l'air, en joignant à un certain degré de densité un certain degré d'élasticité pour produire dans la propagation de la lumière la même vitesse que l'expérience nous donne à connoître.

Or

Or, puisque la vitesse de la lumière est connue, étant environ 600 mille fois plus grande que celle du son, nous pouvons en insérer un rapport manifeste entre ce milieu du Ciel & notre air.

Sachant que la vitesse des ébranlemens transmis par un milieu élastique est comme la racine quarrée de l'élasticité divisée par la densité; si nous posons l'élasticité de ce milieu m fois plus grande, & sa densité n fois plus petite que celle de l'air, nous aurons

$$V_{mm} = 600\ 000 \text{ ou bien } mm = 360 \text{ mille millions.}$$

De sorte que, si nous savions l'élasticité de ce milieu, nous en pourrions conclure sa densité, & réciproquement; par exemple, si son élasticité étoit 600 mille fois plus grande que celle de l'air, sa densité seroit précisément autant de fois plus petite.

Qu'il me soit permis de conserver à ce milieu le nom d'*Ether*, quoique j'y attache des idées différentes de celles que les Philosophes anciens en ont eu.

L'*Ether* est donc d'abord, selon ce que je viens de remarquer, une matière fluide & élastique, semblable à l'air, mais qui en diffère tant par sa densité que par son élasticité; & quoique nous ne puissions déterminer ni l'une ni l'autre séparément, nous connoissons que, posant l'élasticité de l'*Ether* m fois plus grande, & sa densité n fois plus petite que celle de notre air, le produit de ces deux nombres mn doit être égal à 360 mille millions.

Il n'y a aucun doute que l'un & l'autre de ces deux nombres ne soit très grand; car, puisque l'air en montant devient de plus en plus rare jusqu'à ce qu'il se perde enfin dans l'*ether*, il faut bien que l'*ether* soit incomparablement plus rare que l'air; ensuite, si l'élasticité de l'*ether* est la cause de la cohésion, de la dureté, & du ressort des corps terrestres, comme cela paroît très vraisemblable, il faut que son élasticité soit pour le moins mille fois plus grande que celle de l'air.

Or, supposant l'élasticité de l'*ether* mille fois plus grande que celle de l'air, sa densité seroit 360 millions fois plus petite que celle de l'air; & si l'on ne supposoit l'élasticité de l'*ether* que cent fois plus grande que celle de l'air, la densité deviendroit encore dix fois plus petite.

Puisque nous sommes assurés que les Planètes ne souffrent aucune résistance sensible dans leur mouvement, il s'ensuit nécessairement, que

que la matiere, ou l'ether dans lequel les Planètes se meuvent, est plusieurs milliers fois plus rare que l'air, ce qui s'accorde parfaitement bien avec ce que la virelle de la lumiere nous vient de fournir.

Un pied cubique d'ether renfermeroit donc plusieurs mille fois moins de matiere qu'un pied cubique d'air, & puisque l'air est 800 fois plus leger que l'eau, & celle cy 19 fois plus legere que l'or, si nous supposons l'ether 360 millions fois plus rare que l'air, un pied cubique d'ether contiendra 19, 800, 360 millions moins de matiere qu'un pied cubique d'or; ou bien un pied cubique d'or contiendra autant de matiere que 5472 mille millions pieds cubiques d'ether, ou encore qu'un cube d'ether dont le costé seroit 17 500 pieds ou à peu près d'une lieue de France.

Ici se presente d'abord une question très interessante: *si seroit possible de dissiper et de subtiliser la matiere d'un pied cubique d'or en sorte qu'elle remplisse une lieue cubique?*

Je fais bien que *Keill* a prétendu en avoir démontré la possibilité, ayant prouvé que les intervalles entre les particules pourroient devenir moindres qu'une quantité donnée, quelque petite qu'elle fût; mais l'exalticité semble absolument exiger, que les moindres particules se touchent tout-à-fait, & qu'elles se trouvent dans une continuité, dont il s'en faut beaucoup que *Keill* ait démontré la possibilité, à moins qu'on ne veuille donner aux particules une figure linéaire presque géométrique, en sorte qu'elles ne se touchent que par les pointes: mais une telle structure seroit trop révoltante pour l'introduction dans la Physique.

Je crois plutôt qu'on peut hardiment nier qu'il fût possible de former une lieue cubique d'ether d'un pied cubique d'or par la subtilisation, quoique la quantité de matiere soit de part & d'autre la même. Il y a ici une équivoque qui semble avoir trompé tous ceux qui ont écrit là dessus.

Pour mettre cette matiere dans tout son jour, je commence par une remarque générale, savoir que dans tous les corps il faut bien distinguer *leur véritable étendue*, de leur *masse*, ou de la *quantité de matiere* dont ils sont composés.

Or je nomme la *véritable étendue* d'un corps le volume, ou la solidité géométrique, qui resteroit, si l'on retranchoit de son volume apparent tous les pores dont il est rempli.

On

On fait que l'or même est tout rempli de pores; donc la *véritable étendue* d'une masse d'or sera toujours beaucoup plus petite que son volume apparent.

La *véritable étendue* de chaque corps est une quantité géométrique, & parant bien différente de la *quantité de matiere*, ou de la *masse*, qui est une quantité mécanique, en vertu de laquelle les corps s'opposent au changement de leur état. C'est donc l'*Inertie*; & ces termes, *quantité de matiere*, *masse* & *inertie* signifient la même chose.

Les Expériences sur la gravité prouvent suffisamment que le poids de chaque corps est proportionnel à sa masse ou à son inertie. Donc, puisqu'un pied cubique d'or est 19 fois plus pesant qu'un pied cubique d'eau, il est certain que le premier contient 19 fois plus de matiere que le second; mais il ne s'ensuit pas que la *véritable étendue* de l'or soit 19 fois plus grande que la véritable étendue de l'eau; ou bien qu'il seroit possible de réduire une masse d'eau, en ôtant tous ses pores, à un volume au delà de 19 fois plus petit.

Il n'est pas encore prouvé que deux corps, dont les masses sont égales, ayent aussi la même véritable étendue, & je ne vois nulle nécessité pourquoy deux étendues égales de matiere auroient toujours la même inertie? ou bien, pourquoy la quantité mécanique suivroit toujours la quantité géométrique?

Cependant, quand nous réfléchissons sur la cause de la gravité, quoiqu'elle nous soit inconnue, il semble qu'on ne puisse la chercher que dans la pression d'un fluide extrêmement subtil, qui passe librement même à travers les plus petites pores des corps. Or une telle pression agit toujours en raison des volumes; & cela posé, le poids de chaque corps seroit toujours proportionnel à sa véritable étendue. Donc, puisque le poids est aussi proportionnel à l'inertie, ou à la masse de chaque corps, il s'ensuivroit que la véritable étendue est toujours proportionnelle à l'inertie, comme presque tous les Philosophes l'ont crû jusqu'ici.

Mais, quelque fort que puisse paroître cet argument, il ne regarde que les corps terrestres sur lesquels la gravité agit, & par la même raison elle agit aussi sur tous les corps grossiers dont les Planètes sont formés, puisqu'elles sont fournies à la même loi de gravitation.

B

Or

Or de là on ne sauroit encore rien conclure de certain sur les matières subtiles répandues par tout le monde, & qui ne sont pas apparemment assujetties à la gravitation, mais qui en contiennent plutôt la cause.

Il est pourtant fort remarquable que, bien que nous ne voyons aucune liaison entre l'inertie & la *vraye étendue* d'un corps, tous les corps grossiers & de la Terre & de toutes les autres Planètes ayent cette propriété, que dans tous l'inertie soit proportionnelle à la *vraye étendue*. D'où il semble en effet qu'il y a entre l'inertie & la *vraye étendue* quelque liaison réelle, mais tout à fait inconnue; en vertu de laquelle une certaine étendue de matière ne sauroit exister sans qu'elle ait une certaine inertie ou masse.

Cela peut engager à soutenir que tous les corps grossiers, quelques différens qu'ils soient en eux-mêmes, sont composés d'une matière homogène. En prenant, par exemple, plusieurs morceaux de matières différentes, chaqu'un d'une livre, si nous les concevons privés de pores, ils auront tous la même étendue, & aussi la même inertie. Donc, n'ayant plus de pores, il seroit difficile de dire, en quoi tous ces morceaux de matières différoient entr'eux.

Mais, quelque essentielle que puisse être cette liaison dans les corps grossiers, rien n'empêche que les matières subtiles ne soient d'une espèce différente, & qu'une certaine étendue *vraye* de ces matières n'ait beaucoup moins d'inertie qu'une égale étendue *vraye* des matières grossières.

Ce seroit alors une autre espèce de matière, & peut être y en a-t'il encore plusieurs dont chaqu'une joint à la même étendue *vraye* une inertie plus petite que les précédentes. Le dernier degré, seroit celui d'une étendue à laquelle ne conviendrait aucune inertie, seroit une étendue purement géométrique, & parant un vuide véritable.

Mais, sans admettre un tel vuide, pourvû qu'on accorde deux espèces de matière, dont l'une contienne sous la même étendue moins de masse que l'autre, on est en état de lever toutes les difficultés qu'on fait ordinairement contre le système du plein.

Puisque dans les corps grossiers l'étendue *vraye* est le plus étroitement liée avec l'inertie, & que l'inertie d'un corps ne sauroit être changée par quelque cause, que ce soit, il s'ensuit que la *vraye étendue* d'un corps grossier ne souffre aucun changement dans sa quantité,

Mais

Mais pour les matières subtiles, peut-être que leur nature est tout à fait différente à cet égard.

Il paroit bien nécessaire que la même quantité conserve toujours la même inertie; mais ne seroit-il pas possible que la *vraye étendue*, celle qui exclut tous les pores, devint tantôt plus grande, tantôt plus petite? Ne seroit il pas encore possible qu'une telle matière soit douée d'une force de s'étendre continuellement davantage dans sa propre substance, sans y recevoir des pores ou des espaces vuides? Ne seroit ce point là un aggrandissement réel? Il est bien *vray* que l'inertie, qui semble constituer l'essence des matières, y demeurant la même, un tel aggrandissement ne sauroit être admis sans un miracle.

Or dans ce cas on ne seroit plus embarrassé de la cause de l'élasticité de l'éther: mais je n'ose m'enfoncer dans ces subtiles recherches, elles sont au dessus de ma portée, & le sujet présent ne l'exige pas.

Je me contente d'avoir prouvé qu'il est possible que les espaces du Ciel, par lesquels les Planètes semblent se mouvoir librement, soient remplis d'une matière fluide extrêmement subtile & très élastique, sans les supposer presque vuides, comme on est obligé de faire quand on joint par tout à la même inertie la même étendue *vraye* de matière.

Non seulement un pareil vuide choque notre esprit, mais il paroit aussi incompatible avec cette grande élasticité qu'on est obligé d'attribuer à l'éther, puisque c'est par l'éther que les rayons de lumière des corps lumineux sont transmis jusqu'à nous avec la plus grande vitesse que nous connoissons au monde.

À présent, quand on dit que l'éther est tant de mille fois plus rare que l'air, il ne faut pas entendre par là que l'étendue propre d'un certain volume d'éther soit autant de fois plus petite que celle d'un égal volume d'air, mais cette proportion regarde l'inertie renfermée en des volumes égaux.

SCISSO SCISSO

SECONDE PARTIE.

SUR LA

RÉSISTANCE DE L'ETHER.

Il se présente la Question, s'il ne seroit pas possible que les Planètes se mouvaient par l'éther sans souffrir la moindre résistance? Car, quoiqu'elles en soient poussées en arrière, ne pourroit-il pas arriver qu'elles en fussent poussées en avant avec une force égale? Tâchons de rendre ce cy plus clair.

Lorsqu'un corps se meut dans l'éther, il en déplace continuellement une partie, & en lui imprimant un mouvement il en perd bien autant; mais, puisque l'éther derrière le corps est poussé par son élasticité dans les lieux que le corps quitte, il semble qu'il pourroit accélérer son mouvement autant qu'il aura été retardé en avant.

Ce sentiment a été soutenu par de grands Géomètres, & ils l'ont cru conforme à la conservation des forces vives.

Ils tombent bien d'accord que, dès le premier instant, le corps communiqué à l'éther une partie de sa force vive, pour y produire le mouvement dont l'éther chassé en avant va suivre le corps par un détour; mais, dès que ce mouvement est une fois engendré, ils prétendent qu'il suffit que l'éther accompagne le corps par tout son mouvement, sans que celui cy ait besoin de souffrir une nouvelle perte. Il regardent enfin cette conservation comme l'effet de la parfaite élasticité de l'éther: si les planètes, disent-ils, perdoient continuellement de leur mouvement, cette force vive, ou périroit tout à fait, ou s'accumuleroit dans l'éther; or l'un & l'autre leur paroît également absurde.

Quelque fondé que puisse paroître ce raisonnement, il est détruit par l'expérience. L'air étant un fluide assez parfaitement élastique, il devoit au moins participer à la même qualité, & causer une moindre résistance aux corps qui s'y meuvent, que s'il étoit dépourvu de toute élasticité.

ficiée. Or nous savons, que tous les corps qui se meuvent dans l'air, y souffrent une résistance très considérable; & Mr. *Lalofs* prétend même avoir prouvé par la force que le vent exerce sur les ailes des moulins à vent, que la résistance de l'air est encore plus grande que celle qu'on trouve par les règles ordinaires de Mécanique.

Il est aussi inconcevable qu'un boulet de canon éprouve une plus grande résistance que selon ces règles, parce qu'il laisse derrière lui un espace vuide que l'air ne sauroit remplir assez rapidement. D'où il faut conclure que, quoique l'éther soit beaucoup plus élastique que l'air, cela n'empêche point qu'il n'oppose une résistance très réelle au mouvement des Planètes.

Puisque les Planètes se meuvent incomparablement plus vite qu'un boulet de canon, on en pourroit conclure de même qu'en arrière l'éther doit être plus rare & en avant plus dense & plus accumulé qu'ailleurs.

En appliquant ceci à la Terre, on verra que la plus grande rareté de l'éther répond aux lieux qui voyent le Soleil dans le Couchant, & la plus grande densité aux lieux où le Soleil se lève. Donc, partant au soir l'atmosphère sera le moins chargée d'éther, & au matin le plus; & cette variation ne sauroit manquer de produire des phénomènes bien singuliers.

Si l'électricité est causée par un dérangement dans l'état d'équilibre de l'éther, & que l'électricité positive air lieu, où l'éther se trouve en trop grande abondance, & la négative, où l'éther est trop rare, il s'en suivroit que par tout vers le soir il regne dans l'atmosphère une électricité négative, & vers le matin une électricité positive. Il s'agit donc de consulter l'expérience, pour savoir si une telle variation a lieu ou non? Mon but ne me permet pas d'entrer dans cette discussion.

Cependant, lorsqu'un corps se meut dans l'éther, on n'en peut pas déterminer la résistance sur le même pied que dans l'air ou dans l'eau, où toute la surface antérieure reçoit l'impulsion du fluide. L'éther étant une matière extrêmement subtile, il pénètre presque librement tous les pores des corps; & il en est à peu près de même, que si un crible se mouvoit dans l'eau ou dans l'air, qui souffrirait sans contredit une résistance beaucoup plus petite qu'une surface solide.

Les Planètes ne rencontrent donc de résistance dans l'éther qu'en tant que leurs parties solides empêchent que l'éther ne passe tout à fait librement à travers de leur masse.

D'où l'on voit que la résistance déterminée par la règle ordinaire doit être diminuée de la partie qui répond au libre passage de l'éther; ou bien, il ne faut considérer qu'une certaine partie de la surface de la Planète qui est exposée à la résistance, & selon toute apparence cette partie sera très petite à l'égard de toute la surface.

Outre cela, l'obliquité avec laquelle les particules solides sont choquées par l'éther, peut encore considérablement diminuer la résistance.

Concevons un corps sphérique dont la masse soit $= A$; le rayon $= a$, & qui se meut avec une vitesse égale à celle qu'un corps pesant sur la terre acquerrait s'il tomboit de la hauteur v . Soit la densité du corps n fois plus grande que celle de l'éther, & selon la règle commune, la résistance du grand cercle sera exprimée par le poids d'un cylindre d'éther dont la base est $= a$, & la hauteur $= v$; & partant dont la solidité $= \pi aav$.

Or la solidité du globe étant $= \frac{4}{3} \pi a^3$, & sa masse $= A$; la masse du cylindre, s'il étoit de la même matière, seroit $= \frac{3Av}{4a^2}$, donc la masse du cylindre d'éther $= \frac{3Av}{4na}$; & réduisant la masse A au poids que ce même globe auroit sur la terre, l'expression trouvée $\frac{3Av}{4na}$ exprimerait la résistance du grand cercle. Mais la résistance du globe étant d'abord deux fois plus petite, elle sera $= \frac{3Av}{8na}$; Ensuite il la faudra encore diminuer à cause de la pénétration de l'éther, & peut être aussi à cause d'une plus grande obliquité d'impulsion.

Comme nous devons nous contenter de savoir cette diminution en gros, & qu'il nous est impossible de la déterminer à priori, posons la véritable résistance du globe $= \frac{3Av}{8na}$; où selon toutes les apparences le nombre λ doit être assez considérable: or le nombre n est prodigieusement grand.

Si

Si nous supposons la densité de l'éther 360 millions fois plus petite que celle de l'air, & que la densité du corps soit égale à celle de l'eau, le nombre n sera 800 x 360 000 000 c'est à dire 288 millions.

Ensuite la vraie étendue du corps étant pour le moins 19 fois plus petite que l'étendue apparente, à cause de sa nature spongieuse, le nombre λ pourroit bien surpasser 10; donc,

posant pour abrégé $\frac{3}{8na} = \mu$, la valeur de cette fraction seroit environ

$\mu = \frac{1}{10\ 000\ 000\ 000\ 000}$ laquelle demeurerait à peu près la même, si

le corps étoit plus ou moins dense.

Or, si nous supposons l'éther dix fois moins dense, nous aurions pour μ une fraction encore dix fois plus petite; ensuite, comme il est très possible que la valeur de λ soit considérablement plus grande que 10, la fraction μ pourroit même être encore plus petite que

$\frac{1}{100\ 000\ 000\ 000\ 000}$. On verra dans la suite que la résistance qui en résulte pourra très bien subsister avec les observations.

Appliquons ceci au mouvement d'une Planète, qui se meuve autour du Soleil dans un cercle.

Puisque nous savons que l'effet de la résistance de l'éther est extrêmement petit, & que le mouvement de la Planète continuera pendant très longtems de se faire dans un cercle, cherchons la diminution de ce mouvement pour un tems quelconque.

Soit la distance de la Planète au Soleil c , sa vitesse due à la hauteur v , & l'attraction du Soleil à la distance $c = \frac{f}{c^2}$: prenant pour l'unité la gravité sur la terre.

Ensuite, puisque le mouvement se fait dans un cercle, il faut que la force centrifuge exprimée par $\frac{2v^2}{c}$ soit $= \frac{f}{cc}$, & partant $v = \frac{f}{2c}$: donc la résistance de l'éther $\frac{3v^2}{8na} = \frac{\mu f}{2ac}$ pourra être regardée comme constante pendant un très long tems.

On

On aura donc, pendant que la Planète parcourt l'espace ds ;

$$dv = -\frac{\mu}{2ac} ds \quad \& \text{ par conséquent}$$

$$v = \frac{f}{2c} - \frac{\mu}{2ac} \frac{f}{2c} = \frac{f}{2c} \left(1 - \frac{\mu}{a} \right)$$

Pour mieux connoître les élémens de cette expression, soit le tems périodique de la Planète $= \ominus$ secondes; la Planète achevant donc dans \ominus secondes toute la circonférence d'un cercle dont le rayon est $= c$ ou bien $2\pi c$, elle parcourra dans une seconde l'espace $= \frac{2\pi}{\ominus}$; la vitesse étant comme cy-dessus dite à la hauteur v .

Or, posant g pour la hauteur par laquelle un corps grave tombe dans une seconde; l'espace que la Planète parcourt dans une seconde est aussi exprimé par $2 \sqrt{gv}$; d'où l'on obtient

$$2 \sqrt{gv} = \frac{2\pi c}{\ominus} : \text{ ou}$$

$$\sqrt{\frac{g}{2c}} = \frac{\pi c}{\ominus} \quad \text{par conséquent}$$

$$g = \frac{2\pi\pi^2 c^3}{g\ominus^2}$$

d'où l'on connoitra à chaque distance le rapport de la force accélératrice du Soleil à celle de la gravité naturelle sur la Terre.

Quoique le retardement du mouvement dérange d'abord le mouvement circulaire, avant que d'entreprendre les recherches requises pour développer cette question, je considérerai ici la chose comme si la Planète se mouvoit dans un canal circulaire qui l'empêcherait d'en sortir. Ce cas, quoiqu'imaginaire, n'empêchera pas de faire connoître en gros, après combien de tems l'effet de la résistance peut devenir sensible.

Comme pendant une révolution la Planète parcourt l'espace $= 2\pi c$ & pendant ν révolutions, ou dans le tems de $\nu \ominus$ secondes, l'espace $= 2\nu\pi c$, posant cette valeur pour s nous aurons pour la vitesse de la Planète après ce tems $v = \frac{f}{2c} \left(1 - \frac{2\nu\mu\pi^2}{a} \right)$

& la

& la vitesse même $Vv = \left(1 - \frac{\mu\pi^2}{a} \right) \sqrt{\frac{f}{2c}}$

d'où nous voyons que la diminution de la vitesse vaut la partie $\frac{\mu\pi^2}{a}$ de la vitesse initiale.

Qu'il nous soit permis de faire l'application de ces formules au mouvement de la Terre:

Ayant environ $c = 18\ 000\ a$ & $\ominus = 31\ 556\ 930''$, cherchons après combien de tems la diminution de la vitesse pourroit devenir $\frac{1}{31\ 556\ 930}$ puisqu'un changement d'une seconde dans le tems périodique de la Terre seroit déjà remarquable:

$$\text{Soit donc } \frac{\mu\pi^2}{a} = 18\ 000 \mu\pi^2 = \frac{1}{31\ 556\ 930}, \quad \& \text{ supposons que ceci arrive après } \nu \text{ ans \& nous aurons } \nu = \frac{1}{18\ 000 \times 31\ 556\ 939 \mu\pi^2}$$

Donnons à μ la valeur marquée ci-dessus, & nous obtiendrons $\nu = \frac{10\ 000\ 000\ 000\ 000}{18\ 000 \times 31\ 556\ 930 \pi} = \frac{100}{18}$ à peu près. De là il suivroit qu'un tel effet pourroit être produit en 6 ans.

Or, quand même la valeur de μ seroit encore beaucoup plus petite, l'effet de la résistance de l'éther sur le mouvement des Planètes pourroit toutefois devenir très sensible après un assez grand nombre d'années.

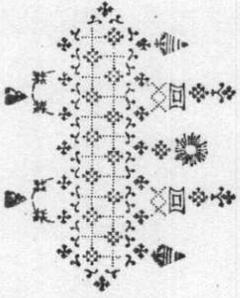
Mais il ne faut pas de la diminution de vitesse, que le tems périodique doit devenir plus long, il en doit plutôt résulter un effet entièrement contraire. La Planète étant rallentie dans son mouvement s'approchera plus du Soleil, & décrira une orbite plus petite à laquelle répandra nécessairement un tems périodique plus court.

C

Pas

Par cette raison il s'en faut beaucoup, que la détermination précédente soit juste, quand même le nombre μ seroit affés exact; aussi n'étoit elle que le développement d'un cas imaginaire.

Le véritable dérangement que la résistance de l'éther peut causer dans le mouvement des Planètes demande des recherches beaucoup plus profondes; elles feront le sujet de ma troisième partie.



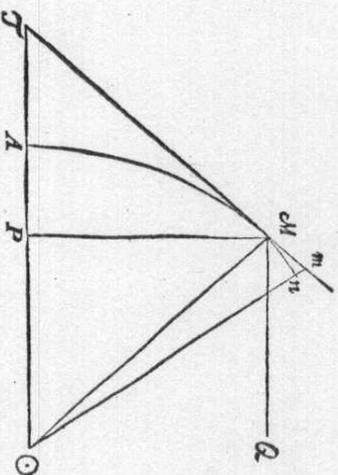
TROISIEME PARTIE.

SUR LE

DERANGEMENT DU MOUVEMENT DES PLANETES

CAUSE

PAR LA RESISTANCE DE L'ETHER.

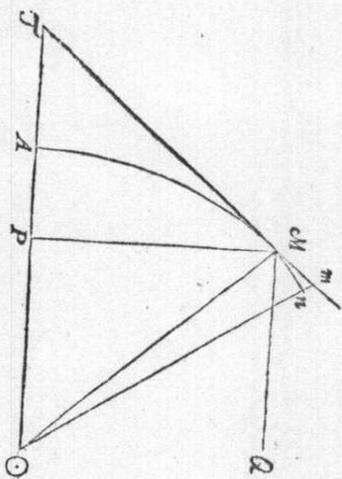


Soit a le rayon d'une Planète quelconque, A sa masse, & AM une partie de la courbe, qu'elle décrit autour du Soleil qui soit en \odot . On doit déterminer le dérangement que la résistance de l'éther est capable de produire dans son mouvement.

Que cette Planète soit parvenue au point M après un tems de t secondes. Posons l'angle au Soleil $\angle AOM = \phi$, & la distance $OM = z$.

Soit la force accélératrice du Soleil $= \frac{f}{z^2}$, & j'ai fait voir dans la précédente partie que, si le tems périodique de la Terre est de \odot secondes, sa

TROISI.



sa distance moyenne au Soleil $= c$ & g , la hauteur par laquelle un corps grave tombe librement dans une seconde, on aura $f = \frac{2\pi r^2}{g}$; où π marque la demi-circonférence d'un cercle dont le rayon est $= 1$.

Cette force $\frac{f}{zz}$ agit sur la Planète en M selon la direction MO, si nous la décomposons selon des directions fixes & orthogonales des coordonnées

$\odot P = z \cos \Phi = x$ & $PM = z \sin \Phi = y$
il en résultera.

I. Une force selon MP $= \frac{f}{zz} \sin \Phi$ &

II. Une force selon MQ $= \frac{f}{zz} \cos \Phi$

Pour connoître la vitesse de la Planète, de laquelle dépend la résistance de l'éther, soit Mm l'élément d'espace parcouru dans le sens infiniment petit dt , & à cause de $Mm = zd\Phi$ & $mm = dz$ nous aurons $Mm = \sqrt{(dz^2 + z^2d\Phi^2)}$ que je nommerai pour abrégé ds .

Faisant donc $dt : ds = 1 : \frac{ds}{dt}$, nous obtiendrons l'espace que la Planète parcourra dans une seconde $= \frac{ds}{dt}$.

Or,

Or, prenant o pour la hauteur due à la vitesse de la Planète au point M, ce même espace sera aussi $= 2\sqrt{go}$; d'où nous tirons la valeur de $v = \frac{ds}{dt}$.

Comme la force accélératrice de la résistance de l'éther est contraire au mouvement, elle agira selon la tangente MT, & sera suivant les principes établis ci-dessus $\frac{\mu v^2}{a} = \frac{\mu ds^2}{4gadt^2}$; Où μ est une fraction extrêmement petite que j'ai éliminée dans la précédente partie.

Décomposons cette nouvelle force MT selon les mêmes directions fixes PF & MP & ayant MT : PT : MP $= ds : -dx : dy$ il en résultera

I. Une force selon PT $= -\frac{\mu dx ds}{4gadt^2}$ &

II. Une force selon MP $= \frac{\mu y ds}{4gadt^2}$

La Planète en M fera donc conjointement sollicitée par ces deux forces accélératrices.

I. Selon MQ $= \frac{f \cos \Phi}{zz} + \frac{\mu dx ds}{4gadt^2}$

II. Selon MP $= \frac{f \sin \Phi}{zz} + \frac{\mu y ds}{4gadt^2}$

De là les Principes de la Mécanique nous fourniront ces deux équations

I. $ddx = -\frac{2gff \cos \Phi}{zz} - \frac{\mu dx ds}{2a}$ &

II. $ddy = -\frac{2gff \sin \Phi}{zz} - \frac{\mu y ds}{2a}$

où il faut remarquer que soit $x = z \cos \Phi$; $y = z \sin \Phi$, & parant

$dx = dz \cos \Phi - zd\Phi \sin \Phi$; $dy = dz \sin \Phi + zd\Phi \cos \Phi$

ddx

$$\begin{aligned}
 dx &= dz \cos \Phi - z dz \Phi \sin \Phi - z dz \cos \Phi - z dz \Phi \sin \Phi \\
 dy &= dz \sin \Phi + z dz \Phi \cos \Phi - z dz \sin \Phi + z dz \Phi \cos \Phi \\
 \text{ensuite } ds &= \sqrt{(dx^2 + dy^2)} = \sqrt{(dz^2 + z dz \Phi^2)}, \text{ \& en combinant} \\
 dx \sin \Phi - dy \cos \Phi &= -z dz \Phi - z dz \Phi \\
 dx \cos \Phi + dy \sin \Phi &= dz dz - z dz \Phi^2
 \end{aligned}$$

D'où nous tirons pour le mouvement de la Planète ces deux équations.

$$\begin{aligned}
 \text{I. } z dz \Phi + z dz \Phi &= - \frac{\mu z dz \Phi ds}{2a} \\
 \text{II. } dz dz - z dz \Phi^2 &= - \frac{2gff dz^2}{zz} - \frac{\mu dz dz}{2a}
 \end{aligned}$$

L'élément du tems *dt* est supposé constant, & comme $2gff = \frac{4\pi\pi^2}{\ominus}$ la quantité *g* sort du calcul.

La première de ces deux équations étant divisée par *z dz* donne,

$$\frac{z dz}{z} + \frac{dd\Phi}{d\Phi} + \frac{\mu}{2a} = 0, \text{ dont l'intégrale est, } z dz \Phi = \frac{\mu}{2a} = Cdz.$$

Ensuite, puisque *ds* = *dz dz* + *z dz* Φ² + *z dz* Φ *dd* Φ, nous aurons en multipliant la 1^{re} équation par *z dz* Φ & la II^{de} par *dz dz dz* - *z dz dz* Φ² = - $\frac{2gff dz^2 dz}{zz} - \frac{\mu dz^2 dz}{2a}$

$$\begin{aligned}
 z dz dz \Phi^2 + z dz dz \Phi dd\Phi &= - \frac{\mu z dz dz \Phi^2 dz}{2a} \text{ \& en les ajoutant} \\
 dz dz dz &= - \frac{2gff dz^2 dz}{zz} - \frac{\mu dz^2 dz}{2a} \text{ (} dz^2 + z dz \Phi^2 \text{) ou bien} \\
 dz dz dz &= - \frac{2gff dz^2 dz}{zz} - \frac{\mu dz^2 dz}{2a}
 \end{aligned}$$

Or la première équation que nous venons d'intégrer, en y éliminant *dd* Φ par moyen de *z dz dz* Φ² = *dz*² - *dz*², donne

$$\frac{e^a}{\mu} z z (dz^2 - dz^2) = CC dz^2$$

de

de sorte que nous ayons deux équations entre les trois variables *z*, *y*, *t*.

Si nous multiplions celle-là par $\frac{2}{dz^2}$, l'intégration en fournira

$$\frac{dz^2}{dz^2} = 4gff \left(\frac{z}{z} + \frac{b}{b} \right) - \frac{\mu}{a} \int \frac{dz^3}{dz^2}$$

qui à cause de μ presque évanouissant se réduit à

$$\frac{dz^2}{dz^2} = 4gff \left(\frac{z}{z} + \frac{b}{b} \right) - \frac{4\mu gff}{a} \int \frac{dz^3}{(z + b)}$$

Parce que nous savons que l'effet de la résistance est extrêmement petit, négligeons d'abord les termes affectés par μ , & ayant alors ces deux équations

$$\frac{dz^2}{dz^2} = 4gff \left(\frac{z}{z} + \frac{b}{b} \right) \text{ \& } CC dz^2 = z z (dz^2 - dz^2)$$

en éliminant *dz*² nous trouvons

$$dz^2 = \frac{4gff}{CC} z z (dz^2 - dz^2) \left(\frac{z}{z} + \frac{b}{b} \right)$$

Poñons pour abrégér $\frac{4gff}{CC} = \frac{8\pi\pi^2}{CC \ominus} = \frac{1}{h}$ de manière que soit

$$C = \frac{2\pi^2}{\ominus} \sqrt{2ch}, \text{ \& nous trouverons}$$

$$\begin{aligned}
 dz^2 &= \frac{z dz \sqrt{\left(\frac{z}{z} + \frac{b}{b}\right)}}{\sqrt{z z \left(\frac{z}{z} + \frac{b}{b}\right) - h}} \text{ ou } dz^2 = \frac{dz}{\sqrt{\left(1 - \frac{bh}{z(z+b)}\right)}}
 \end{aligned}$$

Cette valeur suffit pour être introduite dans les termes de nos équations qui sont affectés par μ .

Soit

Soit donc pour abrégé $\frac{dz}{\sqrt{1 - \frac{bz}{z(z+b)}}} = d\sigma$, ou bien qu'on écrive dans tous les termes affectés par μ la lettre σ au lieu de z , & nous aurons les équations suivantes

$$I. \frac{\mu\sigma}{e^a} z z (d\sigma^2 - dz^2) = CCd\sigma = \frac{8\pi c^2 h}{\ominus \ominus} dz^2$$

$$II. \frac{d\sigma^2}{dz^2} = \frac{8\pi c^2}{\ominus \ominus} \left(\frac{z}{z+b} - \frac{\mu}{a} \int d\sigma \left(\frac{z}{z+b} \right) \right) \&$$

$$III. \frac{\mu\sigma}{e^{2a}} z z d\sigma = \frac{2\pi c^2 / 2ch}{\ominus} dz$$

où σ est une fonction de z

Or, éliminant $d\sigma^2$ des deux premières équations, nous obtiendrons

$$\frac{\mu\sigma}{e^a} z z (d\sigma^2 dz^2) \left(\frac{z}{z+b} - \frac{\mu}{a} \int d\sigma \left(\frac{z}{z+b} \right) \right) = h a^2 \& \text{ delà}$$

$$dz = \frac{\frac{\mu\sigma}{e^{2a}} z dz \sqrt{\left(\frac{z}{z+b} - \frac{\mu}{a} \int d\sigma \left(\frac{z}{z+b} \right) \right)}}{\sqrt{\left(e^a z z \left(\frac{z}{z+b} - \frac{\mu}{a} \int d\sigma \left(\frac{z}{z+b} \right) \right) - h \right)}}$$

d'où l'on trouve r par z ; ensuite on aura

$$\frac{2\pi c^2 / 2c}{\ominus} dz = \frac{e^{2a} z dz}{\frac{\mu\sigma}{e^a} z z \left(\frac{z}{z+b} - \frac{\mu}{a} \int d\sigma \left(\frac{z}{z+b} \right) - h \right)} \&$$

$$d\Phi = \frac{\frac{\mu\sigma}{dz^2} \sqrt{\left(e^a z z \left(\frac{z}{z+b} - \frac{\mu}{a} \int d\sigma \left(\frac{z}{z+b} \right) - h \right) \right)}}{dz^2 / h}$$

Pour

Pour profiter de ces équations, il faut tâcher d'en appliquer la solution à l'usage de l'Astronomie.

Prenant pour cette raison $h = \frac{k}{2}$ & $b = \frac{-2k}{1-m}$ on a pour le

cas où la résistance évanouit $z = \frac{k}{1+n \cos \omega}$ & $d\Phi = d\omega$

où k exprime le demi-paramètre, n l'excentricité & ω l'anomalie vraie de l'orbite compté depuis le périhélie.

Cette expression de z comme très approchante étant introduite, pour avoir la valeur de σ , on trouve

$$d\sigma = \frac{k d\omega \sqrt{(1+2n \cos \omega + m)}}{(1+n \cos \omega)^2}$$

Laquelle valeur fera toujours assez exacte pourvu qu'on ne suppose pas un temps écoulé de tant de siècles, que l'effet de la résistance devienne enfin trop considérable.

Or, en négligeant le calcul qu'à quelques peu de siècles pendant lesquels l'effet de la résistance demeure presque insensible, on pourra en suite répéter toujours le même calcul pour les siècles suivants.

Puisque dans le cas de nulle résistance on a $z = \frac{k}{1+n \cos \omega}$

supposons qu'en tenant compte de la résistance on ait

$$z = \frac{k}{1+n \cos \omega + \mu u}$$

& tâchons de déterminer u en sorte qu'il demeure $d\Phi = d\omega$.

Ayant pour cet effet $\frac{1}{z} = \frac{1+n \cos \omega + \mu u}{k}$

la différentiation nous fournit $\frac{dz}{z z} = \frac{n d\omega \sin \omega - \mu du}{k}$

& il faut introduire cette valeur dans la dernière équation

$$d\Phi = \frac{\frac{\mu\sigma}{dz^2} \sqrt{\left(e^a z z \left(\frac{z}{z+b} - \frac{\mu}{a} \int d\sigma \left(\frac{z}{z+b} \right) - h \right) \right)}}{dz^2 / h} \text{ qui à cause de } d\Phi =$$

$dQ = d\omega$ & $e \frac{\mu\sigma}{a} = 1 + \frac{\mu\sigma}{a}$ se réduit d'abord à cette forme

$$d\omega = \frac{dz\sqrt{h}}{2z\sqrt{\left(\frac{z}{2} + \frac{b}{2} - \frac{a}{a}\right)^2 \sigma^2 \left(\frac{z}{2} + \frac{b}{2}\right) + \frac{\mu^2}{a} \left(\frac{z}{2} + \frac{b}{2}\right) - \frac{h}{2z}}$$

Ou bien à cause de $-\sigma d\sigma \left(\frac{z}{2} + \frac{b}{2}\right) + \sigma \left(\frac{z}{2} + \frac{b}{2}\right) = \sigma d \left(\frac{z}{2} + \frac{b}{2}\right)$

$$= -\sigma \frac{dz}{2z} = -\frac{n}{k} \int \sigma d\omega \sin \omega = -n \int d\omega \sin \omega \sqrt{\frac{d\omega}{(1+n \cos \omega)^2}}$$

à celle - cy

$$d\omega = \frac{dz\sqrt{h}}{2z\sqrt{\left(\frac{z}{2} + \frac{b}{2} - \frac{h}{2z} - \frac{\mu n}{a} \int d\omega \sin \omega \sqrt{\frac{d\omega}{(1+n \cos \omega)^2}}\right)^2}}$$

Or $\frac{z}{2}$ étant $= \frac{-1+mn}{2k}$ nous aurons $\frac{z}{2} + \frac{b}{2} = \frac{1+2n \cos \omega + mn + 2\mu n}{2k}$

& puisque $h = \frac{k}{2}$ nous obtiendrons $\frac{z}{2} + \frac{b}{2} = \frac{h}{2k} = \frac{mn \sin \omega^2 - 2\mu n \cos \omega}{2k}$

$$\text{Par conséquent } d\omega = \frac{n d\omega \sin \omega - \mu d\mu}{\sqrt{(mn \sin \omega^2 - 2\mu n \cos \omega - 2\mu n \int \sigma d\omega \sin \omega)^2}}$$

d'où prenant les quarrés on trouve en négligeant les termes qui renfermeroient $\mu d\mu$,

$$n^2 d\omega \sin \omega^2 - 2\mu n d\omega \cos \omega - \frac{2\mu^2 n}{a} d\omega \int \sigma d\omega \sin \omega = n^2 d\omega \sin \omega^2 - 2\mu n d\omega \sin \omega$$

& partant $du \sin \omega - u d\omega \cos \omega = \frac{d\omega}{a} \int \sigma d\omega \sin \omega$

qui étant divisée par $\sin \omega^2$ & intégrée donne

$$\frac{u}{\sin \omega} = \frac{1}{a} \int \frac{d\omega}{\sin \omega^2} \int \sigma d\omega \sin \omega = \frac{-\cos \omega}{a \sin \omega} \int \sigma d\omega \sin \omega + \frac{1}{a} \int \sigma d\omega \cos \omega$$

ou

ou bien $u = \frac{1}{a} \int (\sin \omega) \int \sigma d\omega \cos \omega - \cos \omega \int \sigma d\omega \sin \omega$

$$\sigma \text{ étant } = k \sqrt{\frac{d\omega}{(1+n \cos \omega)^2}}$$

Pourvu que l'excentricité n soit moindre que 1, comme il arrive toujours si la Planète se meurt dans une Ellipse, l'arc σ se réduit à une telle expression infinie

$$\sigma = k (A\omega + Bn \sin \omega + Cn^2 \sin 2\omega + Dn^3 \sin 3\omega + \&c.)$$

alors, pour trouver d'autant plus facilement la valeur de u , prenons le différentiel de l'équation $du \sin \omega - u d\omega \cos \omega = \frac{d\omega}{a} \int \sigma d\omega \sin \omega$ qui est

$$d\omega \sin \omega + u d\omega^2 \sin \omega = \frac{d\omega^2}{a} \sigma \sin \omega \text{ ou}$$

$$\frac{d\omega}{d\omega^2} + u = \frac{\sigma}{a} = \frac{k}{a} (A\omega + Bn \sin \omega + Cn^2 \sin 2\omega + Dn^3 \sin 3\omega + \&c.)$$

Posons ensuite $u = a\omega + \beta \sin \omega + \Delta \omega \cos \omega + \gamma \sin 2\omega + \delta \sin 3\omega + \&c.$

$$\text{puisque } \frac{d\omega}{d\omega^2} = a + \beta \cos \omega + \Delta \cos \omega + 2\gamma \cos 2\omega + 3\delta \cos 3\omega + \&c.$$

& $\frac{d\omega}{d\omega^2} = -\beta \sin \omega - 2\Delta \sin \omega - 4\gamma \sin 2\omega - 6\delta \sin 3\omega - \&c.$

nous trouvons : $\frac{d\omega}{d\omega^2} + u = a\omega - 2\Delta \sin \omega - 3\gamma \sin 2\omega - 8\delta \sin 3\omega - \&c.$

d'où nous concluons qu'il y ait

$$a = \frac{Ak}{a}; \Delta = \frac{-Bnk}{2a}; \gamma = \frac{-Cn^2 k}{3a}; \delta = \frac{-Dn^3 k}{8a} \&c.$$

& par conséquent

$$u = \frac{k}{a} (A\omega + Bn \sin \omega - \frac{Bn}{2} \omega \cos \omega - \frac{Cn^2}{3} \sin 2\omega - \frac{Dn^3}{8} \sin 3\omega - \&c.)$$

où le coefficient β demeure indéterminé;

On le pourra même prendre $= 0$, car quelque valeur qu'on donne à β , elle ne ferait que changer l'excentricité & le lieu de l'aphélie.

D 2 Posant

Pofant donc $\int \frac{d\omega \sqrt{(1+2n \cos \omega + m)}}{(1+n \cos \omega)^2} = A\omega + Bn \sin \omega + Cn^2 \sin 2\omega + Dn^3 \sin 3\omega + \&c.$
on aura, après que la Planète aura achevé l'angle $\Phi = \omega$, pour la diftance au Soleil

$$z = \frac{1 + n \cos \omega + \frac{m}{a} (A\omega - \frac{1}{2} Bn \cos \omega - \frac{1}{2} Cn^2 \sin 2\omega - \frac{1}{2} Dn^3 \sin 3\omega + \&c.)}{k}$$

Enfuite le tems t fe trouvera déterminé par cette équation

$$\frac{2\pi c \sqrt{c}}{k} t = \int e^{2s} z z d\omega$$

qui à caufe de $e^{2s} = 1 + \frac{\mu \sigma}{2a}$ &

$$z^2 = \frac{k}{(1+n \cos \omega)^2} - \frac{2\mu k^3}{a(1+n \cos \omega)^2} (A\omega - \frac{1}{2} Bn \cos \omega - \frac{1}{2} Cn^2 \sin 2\omega - \frac{1}{2} Dn^3 \sin 3\omega + \&c.)$$

& $1 + \frac{\mu \sigma}{2a} = 1 + \frac{\mu k}{2a} (A\omega + Bn \sin \omega + Cn^2 \sin 2\omega + Dn^3 \sin 3\omega + \&c.)$
fe change en celle-cy

$$\frac{2\pi c \sqrt{c}}{\Theta k \sqrt{k}} t = \int \frac{d\omega}{(1+n \cos \omega)^2} - \frac{2\mu k}{a} \int \frac{d\omega (A\omega - \frac{1}{2} Bn \cos \omega - \frac{1}{2} Cn^2 \sin 2\omega - \frac{1}{2} Dn^3 \sin 3\omega + \&c.)}{(1+n \cos \omega)^3} + \frac{\mu k}{2a} \int \frac{d\omega (A\omega + Bn \sin \omega + Cn^2 \sin 2\omega + Dn^3 \sin 3\omega + \&c.)}{(1+n \cos \omega)^2}$$

Ces formules fuffifent pour déterminer tous les dérangemens que la réfiftance de l'éther peut caufier dans le mouvement de toutes les Planètes; ce qui étant la queftion propofée par L'ILLUSTRE ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES, je m'en vai développer tous les phénomènes qui en doivent réfultier dans le mouvement des Planètes.

On ne fera pas furpris, que je faffe ici abstraction des dérangemens, que les Planètes fe caufent par leur action mutuelle, parce qu'il eft évident qu'il n'en influe rien fur l'effet de la réfiftance.

Je

Je confidéreroi donc trois cas, dont le premier fera celui, où l'Orbite de la Planète n'a aucune excentricité.

Le fecond, où l'excentricité eft très petite, & Le troifiéme, où elle eft méchore.

PREMIER CAS.

L'Orbite de la Planète n'ayant aucune Excentricité.

Ayant dans ce cas $n=0$ il fera $\sigma=k\omega$; $A=1$; $B=0$ $C=0$ & tous les fuivans. Les formules générales fe changeront donc en

$$z = \frac{k}{1 + \frac{\mu k \omega}{a}} \quad \& \quad \frac{2\pi c \sqrt{c}}{\Theta k \sqrt{k}} t = \omega - \frac{3\mu k}{4a} \omega^2$$

où k marque le rayon de l'orbite d'à préfent, a le rayon du corps de la Planète, & ω l'angle décrit autour du Soleil après le tems t . Je fais là deffus les réflexions fuivantes.

1^{er}) Après une révolution, ou bien en pofant $\omega = 2\pi$, la diftance de la Planète au Soleil fera $z = \frac{k}{1 + \frac{2\mu k}{a}}$ & partant un tant foit peu plus petite qu'au commencement.

2^{de}) Après m révolutions, ω étant $= 2m\pi$, la diftance de la Planète au Soleil fera $z = \frac{k}{1 + \frac{2\mu k}{a}}$ La Planète s'approchera donc

de plus en plus du Soleil, mais fi infenfiblement, que pendant chaque révolution l'orbite ne différera pas d'un cercle.

D 3

3^{ter}) Le

3^{me}) Le tems pendant lequel la Planète achève m révolutions est $t = \frac{kV/k}{cV/c} \ominus m \left(1 - \frac{3\mu k}{2a} \pi m\right)$ &

le tems pendant lequel elle achève $m+1$ révolutions est

$$t' = \frac{kV/k}{cV/c} \ominus (m+1) \left(1 - \frac{3\mu k}{2a} \pi (m+1)\right)$$

4^{me}) Donc, après m périodes, le tems d'une révolution sera $t - t' = \frac{kV/k}{cV/c} \ominus \left(1 - \frac{3\mu k}{2a} \pi (2m+1)\right)$. D'où l'on voit, que le tems périodique va en diminuant, le premier étant $\frac{kV/k}{cV/c} \ominus$.

5^{me}) La résistance de l'éther produira donc deux effets sur le mouvement des Planètes: le premier sera que la distance de la Planète au Soleil diminue, & le second consistera en ce que le tems périodique de la Planète devient plus court. Or le mouvement même demeure circulaire, sans qu'il en résulte une excentricité.

Supposons que l'excentricité de la Terre soit nulle, & appliquons les formules trouvées à ce cas:

Nous avons donc $k=c$ & $\ominus = 365^{\circ} 6' 9'' 35''' = 31.558.176''$ qui est le tems périodique par rapport aux étoiles fixes.

Pendant ensuite la parallaxe horizontale du Soleil $= 12''$, nous aurons

$$\frac{k}{a} = 17000 \text{ \& } \frac{3\pi k}{2a} = 77000$$

Donc, après m révolutions, la diminution du tems périodique sera de $77000 \times 31.558.176 \times \mu (2m+1)$ secondes, ce qui fait en mettant pour μ le nombre donné cy-dessus par ellipse $\mu = 1 + 10.000.000.000.000$ environ 0, $24299.79552 \times (2m+1)$ secondes, ou bien $\frac{2.42}{1000} (2m+1)$ secondes.

Et parant après un siecle la diminution de l'année solaire seroit de $\frac{201 \times 243}{1000}$ c'est à dire de 49 secondes.

Comme

Comme cette diminution séculaire est évidemment trop grande, & qu'elle est même moindre que 5 secondes, il s'en suit que la fraction μ est au moins 10 fois plus petite, que je ne l'ai supposée ici.

Il semble donc que le nombre λ employé cy-dessus doit surpasser 100, à moins qu'on ne veuille diminuer la densité de l'éther aux dépens de son élasticité. Or l'un & l'autre paroit également probable. *)

SECOND CAS.

L'Orbite de la Planète ayant une très petite Excentricité.

Soit la fraction n qui exprime l'excentricité, si petite qu'on puisse dans le calcul négliger son quart m , & nous obtiendrons pour l'arc σ cette expression $\sigma = k/\omega (1+n \cos \omega) (1-2n \cos \omega) = k/\omega (1-n \cos \omega)$ de là $\sigma = k (\omega - n \sin \omega)$ & parant $A = 1$ & $B = -1$.

Lors donc que la Planète aura parcouru dans son orbite l'angle au Soleil ω , nous aurons la distance du Soleil

$$z = \frac{a}{k} \frac{\mu k}{1+n \cos \omega} + \frac{\mu k}{a} (\omega + \frac{1}{2} n \omega \cos \omega)$$

& $2\pi cV/c$

*) Si l'on suppose la parallaxe horizontale du Soleil de 9 secondes, comme on vient de la conclure par le dernier passage de Venus sur le disque du Soleil: on auroit

$$\frac{k}{a} = 22000, \text{ \& } \frac{3\pi k}{2a} = 100000 \text{ environ, car comme on n'est pas encore trop sûr de la parallaxe du Soleil, \& qu'elle peut aussi bien être de 8 que de 9, secondes, il nous sera toujours permis de prendre pour } \frac{k}{a} \text{ \& } \frac{3\pi k}{2a} \text{ des nombres ronds.}$$

La diminution du tems périodique sera donc après m révolutions de $100000 \times 31.558.176 \times \mu (2m+1)$ secondes, ou posant $\mu = 1 : 10000000000000$ de 0, $3155.8176 (2m+1)$ secondes, ou encore de $\frac{3.15}{1000} (2m+1)$ secondes, & parant après un siecle de 63 seconde.

Comme cette diminution de l'année solaire est encore plus grande que celle qu'on a trouvée en supposant la parallaxe du Soleil de 12'', la fraction μ doit à plus forte raison être moindre qu'1 : 10 billions, & même moindre qu'1 : 100 billions.

$$\frac{2\pi c \sqrt{c}}{\Theta k \sqrt{k}} t = \int \frac{2\mu k}{a} \sqrt{a\omega} (1 - 2n \cos \omega) \left(\omega + \frac{1}{2} n \omega \cos \omega \right) + \frac{\mu k}{2a} \int \sqrt{a\omega} (1 - 2n \cos \omega) (\omega - n \sin \omega)$$

ou

$$\frac{2\pi c \sqrt{c}}{\Theta k \sqrt{k}} t = \omega - 2n \sin \omega - \frac{\mu k}{2a} \sqrt{a\omega} (3\omega - 8n \omega \cos \omega - n \sin \omega)$$

& prenant les intégrales

$$\frac{2\pi c \sqrt{c}}{\Theta k \sqrt{k}} t = \omega - 2n \sin \omega - \frac{\mu k}{2a} \left(\frac{3}{2} \omega^2 - 8n \omega \sin \omega - 9n^2 \cos \omega \right) \text{ où } k$$

marque le demi-paramètre, ou plutôt la distance moyenne de la Planète au Soleil.

Examinons d'abord l'orbite de la Planète, après qu'elle ait achevé m révolutions; posons pour cet effet $\omega = 2\pi m + \Phi$, de sorte que Φ marque l'angle parcouru dans la révolution suivante; & la distance de la Planète au Soleil sera exprimée de cette façon

$$z = \frac{\mu k}{k} \left(1 + n \cos \Phi + \frac{\mu k}{2a} (2\pi m + \Phi) \left(1 + \frac{1}{2} n \cos \Phi \right) \right)$$

Ici je remarque que cette distance n'est pas la plus petite ou $\Phi = 0$, comme il arriveroit s'il n'y avoit point de réfraction, mais là où

$$\Phi = \frac{\mu k (1 + \frac{1}{2} n)}{n(a + \mu \pi m k)} = \frac{\mu k}{na}, \text{ de sorte que pendant ce tems la ligne des abscisses est avancée de l'angle } \frac{\mu k (1 + \frac{1}{2} n)}{n(a + \mu \pi m k)}$$

Posant donc $m = 0$, la réfraction de l'éther fait que, dès le premier mouvement, le périhélie répond à l'angle $\frac{\mu k (1 + \frac{1}{2} n)}{na}$ & par-

tant, après m révolutions, le périhélie aura reculé de $\frac{\mu \pi m k (1 + \frac{1}{2} n)}{na(a + \mu \pi m k)}$

ou

ou bien de $\frac{\mu \pi m}{na} \cdot \frac{kk}{a}$ ce qui est absolument insensible; parceque, si n est extrêmement petit, on ne pourra plus distinguer le périhélie.

Maintenant, pour trouver la plus petite distance de la Planète au Soleil, on n'a qu'à poser $\Phi = \frac{\mu k}{na}$, & on l'aura exprimée en forme

$$z = \frac{\mu k}{k} \left(1 + n + \frac{\mu k}{na} \cdot 2\pi m \left(1 + \frac{1}{2} n \right) \right)$$

Or, posant $\Phi = \pi + \frac{\mu k}{na}$, la plus grande distance de la Planète

$$\text{au Soleil sera } z = \frac{\mu k}{k} \left(1 - n + \frac{\mu k}{na} \cdot \pi (2m + 1) \left(1 - \frac{1}{2} n \right) \right)$$

Mais, puisque l'excentricité n est extrêmement petite, & que l'effet ne devient sensible que lorsque le nombre m est assez grand, nous aurons la plus petite distance = $\frac{2\pi \mu m k}{k} + n \left(1 + \frac{\pi \mu m k}{a} \right)$, &

$$\text{la plus grande distance} = \frac{2\pi \mu m k}{k} - n \left(1 + \frac{\pi \mu m k}{a} \right)$$

Donc, après m révolutions de la Planète, nous trouvons le demi-paramètre de son Orbite = $\frac{ak}{a + 2\pi \mu m k} = k \left(1 - \frac{2\pi \mu m k}{a} \right)$

$$\text{\& l'excentricité} = n \cdot \frac{a + \pi \mu m k}{a + 2\pi \mu m k} = n \left(1 - \frac{\pi \mu m k}{a} \right)$$

D'où nous voyons que la réfraction de l'éther diminue tant le paramètre que l'excentricité de l'orbite des Planètes.

E

Pour

Pour trouver le tems pendant lequel la Planète achève m révolutions autour du Soleil, on obtiendra en posant $\omega = 2\pi m$

$$t = \frac{\ominus k l / k}{c \sqrt{c}} \left(m - \frac{3\pi m m k}{2a} + \frac{g m k}{4\pi a} \right)$$

Donc, le tems de $m+1$ révolutions étant

$$t = \frac{\ominus k l / k}{c \sqrt{c}} \left(m+1 - \frac{3\pi m (m+1) k}{2a} + \frac{g m k}{4\pi a} \right)$$

après que la Planète aura achevé m révolutions, son tems périodique sera $\frac{k l / k}{c \sqrt{c}} \ominus \left(1 - \frac{3\pi m k}{2a} (m+1) \right)$; tout comme nous l'avons trouvé dans le cas précédent.

Ainsi une excentricité très petite ne change rien dans la diminution du tems périodique, & le changement de l'excentricité même est si petit, qu'il sera presque impossible de s'en appercevoir même après le plus grand nombre de révolutions.

Si, par exemple, pour la Terre la valeur de $\frac{3\pi m k}{2a}$ est $\frac{243}{100000}$, favorir en prenant μ dix fois plus petit que je ne l'avois d'abord estimé, nous aurons à peu près

$$\frac{3\pi \mu k}{2a} = \frac{1}{41 \times 31 \ 558 \ 176}$$

donc l'excentricité

après m révolutions $n. \left(1 - \frac{m}{862 \ 000 \ 000} \right)$ d'où l'on voit que même après 100000 révolutions cette diminution ne deviendrait pas encore sensible.

Or le demi paramètre de l'orbite de la Terre sera encore après m révolutions $= c \sqrt{1 - \frac{m}{431 \ 000 \ 000}}$

TROIS-

TROISIEME CAS.
L'Orbite de la Planète étant considérablement excentrique.

Je supposerai ici l'excentricité n fois plus grande qu'auparavant, mais pourrant plus petite que l'unité; parceque $n=1$ donneroit déjà une parabole pour l'orbite de la Planète, dont le développement ne seroit d'aucune utilité.

Que les puissances de n deviennent donc de plus en plus petites, de manière qu'on puisse négliger les puissances plus hautes que le cube n^3 , ou bien que le quarré-quarré n^4 .

Dévelopons premièrement l'intégrale $\int \frac{d\omega \sqrt{1 + 2n \cos \omega + mn}}{(1 + n \cos \omega)^2}$

& comme la résolution en séries nous donne

$$\sqrt{1 + 2n \cos \omega + mn} = 1 + \frac{n}{2} \cos \omega - \frac{1}{8} n^2 \cos^2 \omega + \frac{1}{16} n^3 \cos^3 \omega - \frac{1}{64} n^4 \cos^4 \omega + \dots$$

$$\frac{1}{(1 + n \cos \omega)^2} = 1 - 2n \cos \omega + 3n^2 \cos^2 \omega - 4n^3 \cos^3 \omega + 5n^4 \cos^4 \omega - \dots$$

nous en tirerons la valeur de la formule $\frac{\sqrt{1 + 2n \cos \omega + mn}}{(1 + n \cos \omega)^2} =$

$$\left\{ 1 + \frac{n}{2} \cos \omega - \frac{1}{8} n^2 \cos^2 \omega + \frac{1}{16} n^3 \cos^3 \omega - \frac{1}{64} n^4 \cos^4 \omega + \dots \right\} \left\{ 1 - 2n \cos \omega + 3n^2 \cos^2 \omega - 4n^3 \cos^3 \omega + 5n^4 \cos^4 \omega - \dots \right\}$$

E 2

d'où

donc nous tirons l'intégrale $\int \frac{d\omega}{(1+n \cos \omega)^2} =$

$$\left\{ \begin{array}{l} + 1 \\ + \frac{3}{2} n^2 \\ + \frac{5}{8} n^4 \end{array} \right\} \omega - n \left\{ \begin{array}{l} - \sin \omega \\ - \frac{3}{2} n^2 \sin 2\omega \\ - \frac{5}{8} n^4 \sin 3\omega \end{array} \right\} + \frac{3}{2} n^2 \left\{ \begin{array}{l} \sin \omega \\ + \frac{3}{2} n^2 \sin 2\omega \\ + \frac{5}{8} n^4 \sin 3\omega \end{array} \right\} - \frac{1}{2} n^2 \left\{ \begin{array}{l} \sin 2\omega \\ + \frac{3}{2} n^2 \sin 3\omega \\ + \frac{5}{8} n^4 \sin 4\omega \end{array} \right\}$$

& partant :

$$\begin{aligned} A &= 1 + \frac{3}{2} n^2 + \frac{5}{8} n^4 \\ B &= -1 - \frac{3}{2} n^2 \\ C &= \frac{3}{2} n^2 + \frac{5}{8} n^4 \\ D &= \frac{3}{2} n^2 \\ E &= \frac{5}{8} n^4 \end{aligned}$$

Ensuite nous avons la distance de la Planète au Soleil

$$z = k : \left((1+n \cos \omega) + \frac{mk}{a} \left\{ \begin{array}{l} A \cos \omega - \frac{1}{2} B \sin 2\omega - \frac{1}{4} C \sin 3\omega \\ - \frac{1}{8} D \sin 4\omega - \frac{1}{16} E \sin 5\omega \end{array} \right\} \right)$$

Enfin, pour l'expression du temps, nous avons d'abord

$$\int \frac{(1+n \cos \omega)^2}{d\omega} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} + 1 \\ + \frac{3}{2} n^2 \\ + \frac{5}{8} n^4 \end{array} \right\} \omega - 2n \left\{ \begin{array}{l} \sin \omega \\ + \frac{3}{2} n^2 \sin 2\omega \\ + \frac{5}{8} n^4 \sin 3\omega \end{array} \right\} + \frac{3}{2} n^2 \left\{ \begin{array}{l} \sin \omega \\ + \frac{3}{2} n^2 \sin 2\omega \\ + \frac{5}{8} n^4 \sin 3\omega \end{array} \right\} - \frac{1}{2} n^2 \left\{ \begin{array}{l} \sin 2\omega \\ + \frac{3}{2} n^2 \sin 3\omega \\ + \frac{5}{8} n^4 \sin 4\omega \end{array} \right\}$$

& les deux autres formules se réunissent dans celle-cy

$$\frac{mk}{2a} \int \frac{d\omega}{(1+n \cos \omega)^2} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} - \frac{3}{2} n^2 \\ - \frac{5}{8} n^4 \end{array} \right\} \omega + \frac{3}{2} n^2 \left\{ \begin{array}{l} \sin \omega \\ + \frac{3}{2} n^2 \sin 2\omega \\ + \frac{5}{8} n^4 \sin 3\omega \end{array} \right\} - \frac{1}{2} n^2 \left\{ \begin{array}{l} \sin 2\omega \\ + \frac{3}{2} n^2 \sin 3\omega \\ + \frac{5}{8} n^4 \sin 4\omega \end{array} \right\} + \frac{3}{2} n^2 \left\{ \begin{array}{l} \sin \omega \\ + \frac{3}{2} n^2 \sin 2\omega \\ + \frac{5}{8} n^4 \sin 3\omega \end{array} \right\} - \frac{1}{2} n^2 \left\{ \begin{array}{l} \sin 2\omega \\ + \frac{3}{2} n^2 \sin 3\omega \\ + \frac{5}{8} n^4 \sin 4\omega \end{array} \right\}$$

donc pour le tems t , on trouve $\frac{2\pi a^3/c}{k} t =$

$$\left\{ \begin{array}{l} + 1 \\ + \frac{3}{2} n^2 \\ + \frac{5}{8} n^4 \end{array} \right\} \omega - 2n \left\{ \begin{array}{l} \sin \omega \\ + \frac{3}{2} n^2 \sin 2\omega \\ + \frac{5}{8} n^4 \sin 3\omega \end{array} \right\} + \frac{3}{2} n^2 \left\{ \begin{array}{l} \sin \omega \\ + \frac{3}{2} n^2 \sin 2\omega \\ + \frac{5}{8} n^4 \sin 3\omega \end{array} \right\} - \frac{1}{2} n^2 \left\{ \begin{array}{l} \sin 2\omega \\ + \frac{3}{2} n^2 \sin 3\omega \\ + \frac{5}{8} n^4 \sin 4\omega \end{array} \right\} + \mu k$$

$$\left\{ \begin{array}{l} - \frac{3}{2} n^2 \\ - \frac{5}{8} n^4 \end{array} \right\} \omega^2 + 8n \left\{ \begin{array}{l} \omega \sin \omega \\ + \frac{3}{2} n^2 \sin 2\omega \\ + \frac{5}{8} n^4 \sin 3\omega \end{array} \right\} - \frac{1}{2} n^2 \left\{ \begin{array}{l} \sin 2\omega \\ + \frac{3}{2} n^2 \sin 3\omega \\ + \frac{5}{8} n^4 \sin 4\omega \end{array} \right\} + 9n \left\{ \begin{array}{l} \cos \omega \\ - \frac{1}{2} n^2 \cos 2\omega \\ - \frac{3}{8} n^4 \cos 3\omega \end{array} \right\} - \frac{1}{2} n^2 \left\{ \begin{array}{l} \cos 2\omega \\ + \frac{3}{2} n^2 \cos 3\omega \\ + \frac{5}{8} n^4 \cos 4\omega \end{array} \right\}$$

Et si nous nommons le demi grand axe = h , parce que

$$h = \frac{k}{1-m}; \quad k/h = (1 - \frac{3}{2} n^2 + \frac{5}{8} n^4) h/h \text{ nous aurons}$$

$$\frac{2\pi a^3/c}{h} t =$$

$$\omega - 2n \left\{ \begin{array}{l} \sin \omega \\ + \frac{3}{2} n^2 \sin 2\omega \\ + \frac{5}{8} n^4 \sin 3\omega \end{array} \right\} + \frac{3}{2} n^2 \left\{ \begin{array}{l} \sin \omega \\ + \frac{3}{2} n^2 \sin 2\omega \\ + \frac{5}{8} n^4 \sin 3\omega \end{array} \right\} - \frac{1}{2} n^2 \left\{ \begin{array}{l} \sin 2\omega \\ + \frac{3}{2} n^2 \sin 3\omega \\ + \frac{5}{8} n^4 \sin 4\omega \end{array} \right\} + \frac{3}{2} n^2 \left\{ \begin{array}{l} \sin \omega \\ + \frac{3}{2} n^2 \sin 2\omega \\ + \frac{5}{8} n^4 \sin 3\omega \end{array} \right\} - \frac{1}{2} n^2 \left\{ \begin{array}{l} \sin 2\omega \\ + \frac{3}{2} n^2 \sin 3\omega \\ + \frac{5}{8} n^4 \sin 4\omega \end{array} \right\}$$

Supposons que la Planète ait déjà achevé m révolutions, & pour celle qui suit posons $\omega = 2\pi m + \Phi$.

Alors la distance de la Planète au Soleil sera $z =$

$$k \text{ divisé par } 1 + n \cos \Phi +$$

$$\frac{\mu k}{a} \left\{ \begin{array}{l} 2\pi m \\ + \Phi \end{array} \right\} - \frac{\pi B m n}{a} \left\{ \begin{array}{l} \cos \Phi \\ - \frac{1}{2} C \sin 2\Phi \\ - \frac{1}{8} D \sin 3\Phi \\ - \frac{1}{16} E \sin 4\Phi \end{array} \right\}$$

Et puisque les termes qui ne renferment pas le nombre m sont évanouissans, l'orbite suivra le même changement que dans le cas précédent. Elle se rétrécira tant soit peu, & l'excentricité deviendra plus petite, mais si peu qu'il est impossible de s'en apercevoir. Le lieu de l'aphélie ou du périhélie n'en souffrira de même aucun changement

perceptible. Or l'unique effet que la résistance de l'éther est capable de produire, & qui soit sensible, consiste dans la diminution du tems périodique; qu'il convient d'examiner plus soigneusement.

Détermination de la diminution du tems périodique causée par la résistance de l'éther.

Pendant que la Planète achève m révolutions, il s'écoule un tems t , de sorte que, posant $\omega = 2\pi m$, il soit

$$\frac{cV/c}{kV/k} \cdot t = m - \frac{\mu k}{a} \left\{ + \frac{3}{8} n^2 + \frac{3}{8} n^2 + \frac{3}{8} n^2 \right\} \pi m m - \frac{9m}{4\pi} + \frac{121n^2}{192\pi} - \frac{613n^3}{292\pi} + \frac{59317n^4}{61440\pi}$$

de la même manière on aura aussi le tems de $m + 1$ révolutions.

Donc, après que la Planète aura achevé m révolutions, le tems périodique de la révolution suivante sera

$$\frac{hV/h}{cV/c} \ominus \left(1 - \frac{3\pi\mu k}{2a} \left(1 + \frac{3}{8} n^2 + \frac{13}{8} n^2 + \frac{1}{8} n^2 \right) \right) (2m+1) \text{ ou } \frac{hV/h}{cV/c} \ominus \left(1 - \frac{3\pi\mu h}{2a} \left(1 - \frac{3}{8} n^2 + \frac{8}{8} n^2 \right) \right) (2m+1)$$

Et alors le demi-paramètre qui étoit au commencement k , sera

$$= k \left(1 - \frac{2\pi\mu mk}{a} \right) \& \text{l'excentricité} = n \left(1 - \frac{\pi\mu mk}{a} \right)$$

$$\& \text{le demi grand axe} = \frac{k \left(1 - \frac{2\pi\mu mk}{a} \right)}{1 - nm \left(1 - \frac{2\pi\mu mk}{a} \right)} = h \left(1 - \frac{2\pi\mu mh}{a} \right)$$

Que

Que le tems périodique de la Planète aigrée $= T$, s'il n'y avoit point eu de résistance: & parce que $T = \frac{hV/h}{cV/c} \ominus$: en négligeant l'excentricité le tems périodique sera après m révolutions $T \left(1 - \frac{3\pi\mu h}{2a} (2m+1) \right)$

Or le premier tems périodique ayant été à cause de la résistance

$$T \left(1 - \frac{3\pi\mu h}{2a} \right)$$

après m révolutions la diminution du tems périodique sera

$$\frac{3\pi\mu h}{2a} m T$$

Quelque petite que soit cette diminution, l'effet en doit devenir très sensible au bout de plusieurs siècles.

Supposons que le tems périodique d'une Planète soit à présent $= T$; soit ensuite le tems périodique de la Terre autour du Soleil pour cette même époque $= \ominus$, & si nous posons que pendant m révolutions le tems périodique de la Planète diminue de la particule du tems $= m\theta$, nous aurons $\theta = \frac{3\pi\mu h}{a} T$, & partant $\frac{3\pi\mu h}{a} = \frac{\theta}{T}$.

Maintenant, qu'on calcule des Tables du moyen mouvement de cette Planète, selon la manière ordinaire, comme si le tems périodique T demeurait toujours le même: Et parce qu'au tems T répond le moyen mouvement 2π , on aura pour un an, ou pour le tems \ominus , le moyen mouvement $\frac{2\pi}{T} \ominus$, & pour le tems de N années, ce moyen mouvement sera $\frac{2\pi N \ominus}{T}$: Or, à cause de la résistance de l'éther, le moyen mouvement de la Planète pour le même tems de N années sera différent.

Soit

Soit pour trouver $t = N\Theta$, & l'angle ω , en omettant les termes qui renferment le sinus ou cosinus, donnera son mouvement moyen actuel.

Donc, parce que $\frac{r/c}{h\sqrt{h}} = \frac{\Theta}{T}$, nous aurons cette équation $\frac{2\pi N\Theta}{T}$

$$= \omega - \frac{3U^2}{4a} \omega^2 = \omega - \frac{\theta\omega^2}{4\pi T}$$

d'où nous trouvons le mouvement moyen actuel $\omega = \frac{2\pi N\Theta}{T} + \frac{\theta\omega^2}{\pi T}$ ou bien $\omega = \frac{2\pi N\Theta}{T} + \frac{\pi N^2\Theta^2}{T^2}$

Il faut donc ajouter au lieu moyen trouvé par les tables ordinaires du moyen mouvement, la particule $\frac{\Theta^2}{T^2} \pi N^2$ ou $180^\circ \cdot N^2 \cdot \frac{\Theta^2}{T^2}$

Cette même correction a lieu, soit que N marque un nombre positif ou négatif. Donc, si les tables des moyens mouvements ont été dressées sur le tems périodique T d'une certaine époque, qui après m révolutions diminue de la particule $m\theta$; alors pour N ans, tant avant qu'après cette époque, il faudra ajouter à la longitude moyenne la particule $180^\circ \cdot N^2 \cdot \frac{\Theta^2}{T^2} \cdot \theta$.

Si l'on fait $T : \theta = 360^\circ : \delta$, ce petit arc δ exprimera le moyen mouvement de la Planète qui répond au tems θ , & notre correction de la longitude moyenne fera $\frac{\Theta^2}{T^2} \delta N^2$, où Θ marque le tems d'une année.

Si nous posons la distance moyenne du Soleil à la Terre $= c$ & à la Planète $= h$, à cause de $\frac{\Theta^2}{T^2} = \frac{c^2}{h^2}$, notre correction sera $= \frac{1}{2} \delta N^2 \frac{c^2}{h^2}$: or cette fraction $\frac{c^2}{h^2}$ se tire aisément des tables.

Comme cette correction est proportionnelle au carré de l'intervalle du tems, quelque petite que soit la diminution δ d'une révolution à la

à la suivante, elle doit devenir très considérable dans un intervalle de quelques milliers d'années.

Or, pour l'usage de l'Astronomie, cet effet de la résistance de l'éther sur le tems périodique des Planètes ne sauroit être représenté plus commodément que par une correction du moyen mouvement, & elle se fera de cette manière.

Ayant établi le moyen mouvement pour une certaine époque, & en ayant déduit une Table des longitudes moyennes pour tous les ans, tant avant qu'après cette époque; la longitude moyenne ne sera juste que pour cette époque même; pour tout autre tems qui en diffère de N ans, soit avant ou après cette époque, il faudra ajouter à la longitude moyenne tabulaire la particule $\frac{1}{2} \delta N^2 \frac{c^2}{h^2}$ ou $\frac{1}{2} \delta N^2 \frac{T^2}{T^2}$ & parait après un an $\frac{1}{2} \delta \frac{\Theta^2}{T^2}$.

Soit cette correction d'un an $= \alpha$, & parce que $\delta = 2\alpha \frac{T^2}{\Theta^2}$ nous aurons $\theta = \frac{\alpha}{\pi} \cdot \frac{T^2}{\Theta^2}$ par conséquent $\frac{3\pi U^2 h}{a} = \frac{\alpha}{\pi} \cdot \frac{T^2}{\Theta^2}$ ou bien

$$\alpha = \frac{3\pi U^2 h}{a} \cdot \frac{\Theta^2}{T^2} = 3\pi U^2 \frac{h}{a} \frac{\Theta^2}{T^2}$$

de sorte que pour un an la correction soit réciproquement proportionnelle au carré de la distance moyenne de la Planète au Soleil multiplié par le demi-diamètre du corps de la Planète.

Il suffit donc d'avoir déterminé cette correction pour une Planète, & il sera aisé d'en déduire celle pour toutes les autres.

Il n'y a aucun doute que les observations du Soleil ne soient les plus propres pour nous fournir les éclaircissements nécessaires sur cet important article; & si l'on peut parvenir à déterminer la correction d'un an α pour le Soleil, on en déduira aisément la valeur de la fraction h résistante de la résistance de l'éther: car à cause de $h = c$ on aura

$$h = \frac{ca}{3\pi^2 c}$$

F

Or,

Or, quoique la correction d'un an α soit si petite qu'elle échapperoit aux plus grands soins des Astronomes, elle devient, comme je l'ai fait voir, très sensible pour un grand nombre d'années. Car cette correction étant pour un intervalle d' N années $= N\alpha$, elle fera pour un siècle $= 10000\alpha$, & pour dix siècles $= 100000\alpha$. En consultant donc les plus anciennes observations, il ne sera plus difficile d'en conclure la véritable valeur de la correction annuelle.

Pour cet effet il faudroit conclure la quantité d'une année solaire moyenne par les plus modernes observations, faites tout au plus dans l'espace d'un demi-siècle; de là on devroit dresser des Tables du moyen mouvement & de la longitude moyenne du Soleil pour les époques les plus reculées, où l'on trouve de bonnes observations.

Alors, pour une telle époque qui précède la présente d' N ans, on compareroit la longitude moyenne tirée de ces Tables avec celle qui conviendrait aux observations anciennes; & si l'on trouve que celle-ci surpassât celle-là de la quantité Q , on auroit $N\alpha = Q$, & parant

$$\alpha = \frac{Q}{N}$$

Mais il faudroit être bien assuré, que la Terre n'eût pendant ce tems souffert aucune altération dans son mouvement par l'action de quelque Comète. Pour l'action des autres Planètes, on en connoît assez l'effet pour pouvoir en tenir compte dans cette recherche. Toutefois il est fort à craindre que les Comètes ne la rendent entièrement inutile.

La Méthode dont les Astronomes se servent pour déterminer la quantité de l'année solaire, nous fournit encore un autre moyen de nous assurer de la correction annuelle, α .

Supposons qu'en comparant les observations présentes avec celles qui ont été faites avant L ans, on conclue la quantité de l'année $= A$, & en les comparant avec des observations faites avant M ans, on la trouve $= B$.

Main-

Maintenant, soit la quantité de l'année solaire $= \odot$, & la diminution annuelle $= \theta$; donc le tems écoulé depuis L ans jusqu'à présent sera $= L\odot + L^2\theta$ & le tems écoulé depuis M ans jusqu'à présent sera $= M\odot + M^2\theta$. De là on aura $A = \odot + L\theta$ & $B = \odot + M\theta$

$$\text{\& par conséquent } \theta = \frac{B-A}{M-L} \text{ \& } \odot = A - L\theta$$

d'où l'on connoitra la véritable année solaire \odot , qui convient à l'époque d'à présent, avec la diminution annuelle θ , & enfin la correction annuelle $\alpha = \frac{\pi\theta}{\odot}$

Mais, outre les Comètes qui peuvent troubler cette détermination, on rencontre encore d'autres obstacles à peu près insurmontables du côté des observations mêmes, qu'on ne trouve pas, au moins dans les siècles passés, si exactes, que l'erreur dans la quantité de l'année ne puisse être de plusieurs secondes. Or, comme $B - A$ est un nombre de secondes fort peu considérable, l'erreur commise dans les quantités de l'année A & B le rend tout à fait incertain. Ensuite les plus anciennes observations n'ont pas seulement ce défaut qu'elles sont peu exactes, mais il semble aussi qu'on n'est pas trop sûr du tems dans lequel elles ont été faites. Surtout la réduction de l'Almanach Egyptien, dont *Proteme* s'est servi, au Romain, ne paroit pas assez constatée, à cause des désordres aux quels l'Almanach Romain fut alors assujéti. Et quant aux corrections que *Riccioli* & d'autres Chronologistes ont tâché d'y apporter, elles sont ouvertement fondées sur la quantité de l'année, qu'ils ont supposée; ce qui est précisément la question.

Il se pourroit donc très bien, que les momens des observations marquées par *Proteme* dussent être reculés d'un ou de deux jours au delà du terme, qu'on suppose dans le calcul; & alors les anciennes observations comparées aux modernes donneroient incontestablement l'année plus longue que les Astronomes ne la supposent dans leurs tables.

En effet feu Mr. *Cassini*, après les plus scrupuleuses recherches qu'il a faites sur la quantité de l'année solaire moyenne, en prenant un milieu de tous ses résultats, la conclut de $365^s 5^s 48^s 47''$, qui con-

F 2

vient

vient avec celle qu'il a déduite de ses propres observations. Cependant, dans ses Tables Astronomiques, il la suppose de 365^j 5^h 48' 53" 24" & partant de 6" 24" plus grande. Il n'y a fait ce changement sans doute que pour satisfaire aux anciennes observations, d'où il faut conclure que celles-cy demandent une plus grande quantité de l'année; & c'est ce qui prouve l'effet de la résistance de l'éther.

Aussi ne fauroit-on douter que les Observations d'*Hipparque*, comparées avec celles de *Ptolémée*, ne donnaissent l'année au moins de quelques minutes plus longue: d'où l'on doit également conclure que l'année solaire moyenne est à présent plus courte qu'autre fois.

Si Mr. *Cassini* dans ses Tables avoit supposé l'année de 365^j 5^h 48' 47", le mouvement moyen pour cent années Juliennes seroit devenu 0° 0' 46' 3", qui à présent dans ses Tables est de 0° 0' 45' 42", la différence étant de 21": Donc, pour 200 ans la différence sera de 42", & partant si nous supposons que les Tables de *Cassini* représentent bien la longitude du Soleil jusqu'à 200 ans en arrière, des Tables construites sur la quantité de l'année de 365^j 5^h 48' 47" demanderont pour l'intervalle de deux siècles la correction de 42", & pour l'intervalle d'un siècle 10 $\frac{1}{2}$ ".

Mais si nous supposons la véritable quantité de l'année de 365^j 5^h 48' 46", on trouveroit pour l'intervalle d'un siècle la correction = 12,

& partant $\alpha = \frac{1}{833}$ " donc $\theta = \frac{\theta \times 60 \times 60 \times 180}{31\ 558\ 176} = \frac{1}{833}$ " & enfin

$$\theta = \frac{31\ 558\ 176}{833 \times 60 \times 60 \times 180} = 0,058''$$

ce qui étant la diminution annuelle de l'an, la diminution séculaire sera = 5" 48".

Mr. l'Abbé de la *Caille* a supposé l'année dans ses Tables de 365^j 5^h 48' 49", & il l'a uniquement conclue des observations modernes, de sorte que ce soit la juste quantité de l'année pour le milieu de ce siècle, Dans ce cas le mouvement moyen pour cent années Juliennes seroit 0° 0' 45' 55" $\frac{1}{5}$ ". Donc si pour satisfaire aux observations faites avant deux siècles

siècles, il falloit supposer le mouvement moyen séculaire de 0° 0' 45' 42", on seroit obligé d'ajouter à la longitude moyenne trouvée par les Tables de Mr. de la *Caille* 27" $\frac{1}{5}$ ", & comme cette correction doit égaler 40 000 α , on obtiendrait $\alpha = \frac{1}{7475}$ " ; d'où l'on concluroit $\theta = 0,033$, & la diminution séculaire de l'année = 3" 18". De là il semble qu'on devroit supposer la fraction

$$\mu = \frac{1}{150\ 000\ 000\ 000\ 000}$$

ce qu'on pourroit encore assez bien accorder avec les principes établis cy-dessus sur la densité de l'éther, & la manière dont il résiste au mouvement des corps.

Comme on ne sauroit encore rien décider de précis la dessus, posons la diminution séculaire de l'année = ν , & à cause de $\theta = \frac{\nu}{100}$

nous aurons $\alpha = 180 \cdot \frac{\nu}{100 \times 31\ 558\ 176} = 0,000205 \nu$: donc l'aug-

mentation de la longitude moyenne pour l'intervalle d'un siècle sera de 2 $\frac{1}{25}$ ν secondes, & pour l'intervalle de dix siècles ou de mille ans, elle

sera de 205 ν secondes: de là $\mu = \frac{536\ 000\ 000\ 000\ 000}{\nu}$

Enfin, en tenant compte du demi-diamètre des autres Planètes, on aura l'augmentation de leur longitude moyenne pour l'intervalle de mille ans

- pour Saturne = 135 ν "
- pour Jupiter = 62 ν
- pour Mars = 254 ν
- pour la Terre = 205 ν
- pour Venus = 103 ν
- pour Mercure = 135 ν

favori après avoir établi des Tables du moyen mouvement sur le tems périodique qui convient à chaque Planète pour l'époque proposée.

Ce que je viens d'exposer prouve suffisamment, que les Planètes éprouvent dans leur mouvement quelque résistance de l'éther, quoiqu'il me soit impossible d'en déterminer la vraie quantité par la seule Théorie. Nous connoissons seulement moyennant cette Théorie que la résistance doit être très petite; & rien n'empêche qu'elle ne soit encore considérablement plus petite que je ne l'ai estimée.

Non seulement la densité de l'éther pourroit être diminuée au delà que je ne l'ai supposée cy-dessus, en diminuant en même raison l'élasticité; mais l'obliquité dont les particules vraiment solides des Planètes reçoivent l'impulsion de l'éther, pourroit encore causer une plus grande diminution.

Cependant je doute fort qu'on puisse par ce moyen réduire la diminution de l'année solaire au dessous d'une seconde pendant un siècle: il me semble au contraire, qu'on la pourroit bien admettre de quelques secondes sans porter la moindre atteinte aux observations anciennes.

Il n'est pas encore suffisamment prouvé, que les observations rapportées par *Prolemée* ne doivent pas être reculées d'un jour au delà qu'on ne les suppose communément. *Riccioli* lui-même en marque les jours différemment dans son *Almageste* & son *Astronomie réformée*, à cause de l'incertitude de l'*Almanach Romain*. Et ceux qui ont voulu mieux régler ces tems, se sont ouvertement fondés sur l'hypothèse de la quantité inaltérable de l'année.

Mais ici je rencontre un Antagoniste bien redoutable *) le savant Mr. le Professeur *Mayer* de Gœttingue, qui soutient positivement que l'année solaire n'a souffert aucune altération, quoiqu'il admette une petite altération dans le mouvement moyen de la Lune, ce qui paroitra déjà fort paradoxé.

Pour maintenant ce sentiment, il rejette les observations des équinoxes de *Prolemée*, qui le renverseroient tout à fait; & ensuite il regarde

*) Mr. *Mayer* vivoit encore lorsque ce Mémoire fut présenté à l'Académie.

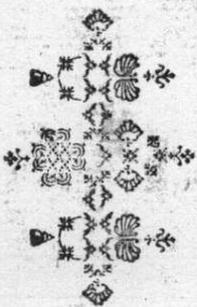
le soupçon, qu'on auroit pu commettre une erreur d'un jour dans le calcul chronologique, comme très absurde. Il dit que la différence d'un jour produiroit dans le moyen mouvement de la Lune une différence de 13 degrés, qu'on ne sauroit admettre en aucune façon.

Je réponds, qu'une telle différence de 13 degrés dans le moyen mouvement de la Lune suppose déjà un moyen mouvement bien établi & constant; & c'est ce qui est précisément de quoi on a raison de douter.

Ensuite, si en reculant d'un jour les époques de *Prolemée*, on en change conformément le moyen mouvement du Soleil & de la Lune, on conservera précisément les mêmes Eclipses, & toujours le même rapport entre le Soleil & la Lune.

Outre cela, il n'est pas à craindre que cette augmentation du moyen mouvement ne soit plus d'accord avec les observations plus modernes; le mouvement moyen de ces derniers siècles n'en est point altéré, & en remontant aux siècles passés, il y faut apporter une correction proportionnelle au carré du tems écoulé; d'où l'on voit que, quand même cette correction pour les tems de *Prolemée* & *Hippocrate* seroit très considérable, elle pourroit bien subsister avec les observations faites depuis quelques siècles, même en remontant jusqu'aux tems

d'*Albareginus*.



Erreurs à corriger.

Page. Im. lisez.

- 11 20 Non seulement un
- 15 28 qui pourra être regardée
- 20 2 $f = \frac{g \Theta^2}{2\pi\pi^3}$
- 22 4 $\rightarrow 2dzd\Phi - zdd\Phi$
- 13 $+$ $\frac{hd^2}{2a} = 0$ item $zdzd\Phi. e^{2s}$
- 26 12 $nhd\sin\omega^2 \rightarrow$
- 32 4 $+$ $n\sin\omega$ au lieu de $-n\sin\omega$
- 34 3 $+$ $\frac{g\sin k}{4\pi a}$
- 16 $\frac{\pi hk}{a} = \frac{2000\ 000\ 000}{m}$
- 17 $n(1 - \frac{2000\ 000\ 000}{m})$
- 21 $e(1 - \frac{1000\ 000\ 000}{m})$
- 36 à la dernière $+\frac{2}{3}n^2 \sin 2\omega$
 $+\frac{1}{3}n^2$
- 38 9 $-\frac{613n^2}{192\pi}$

Erreurs