Esercitazioni di Matematica di Base

Anno Accademico 2011/2012 - Primo Semestre

(Tutore: Andrea del Monaco)

Lista 3
Geometria Analitica

Esercizio 1. Siano A $(2,3)$, B $(-2,0)$, e C $(2,-3)$ punti di $\mathbb{E}^2$. Si risponda alle seguenti richieste[1]:

1) dire se i suddetti punti determinano i vertici di un triangolo isoscele in $\mathbb{E}^2$;
2) determinare i punti medi M_a, M_b, e M_c dei segmenti $a=\overline{\mathrm{BC}}$, $b=\overline{\mathrm{AC}}$, e $c=\overline{\mathrm{AB}}$ del triangolo individuato dai punti A, B, e C;
3) determinare le altezze del suddetto triangolo;
4) descrivere, sia in forma implicita sia in forma esplicita, le rette di $\mathbb{E}^2$ su cui giacciono i segmenti $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$, e $\overline{\mathrm{BC}}$.

Esercizio 2. Siano A $(1,1)$ e B $(0,-3)$ punti di $\mathbb{E}^2$. Si risponda alle seguenti richieste:

1) determinare la retta r di $\mathbb{E}^2$ passante per i suddetti punti A e B;
2) determinare il punto H di $\mathbb{E}^2$ intersezione della retta r con l'asse delle ascisse;
3) determinare la retta s di $\mathbb{E}^2$ perpendicolare alla retta r in H;
4) determinare la retta t di $\mathbb{E}^2$ parallela alla retta r e passante per l'origine O;
5) dopo aver determinato il punto M di intersezione della retta t con la retta s, dire se il triangolo di vertici i punti O, M, e H è rettangolo;
6) si può dire lo stesso del triangolo di vertici M, A, H? E del triangolo di vertici M, B, H?

Esercizio 3. Sia A $(-1,-1)\in\mathbb{E}^2$. Si risponda alle seguenti richieste:

1) descrivere il fascio di rette $\mathcal{L}$ di centro A;
2) determinare la retta r di $\mathcal{L}$ parallela all'asse delle ascisse;
3) determinare la retta s di $\mathcal{L}$ parallela all'asse delle ordinate;
4) determinare la retta t di $\mathcal{L}$ passante per il punto P $(1,2)$ di $\mathbb{E}^2$;
5) determinare la retta p di $\mathcal{L}$ perpendicolare alla retta t;

---

[1]Si ricordi che per $\mathbb{E}^2$ si intende lo spazio $\mathbb{R}^2$ con un fissato riferimento $x\mathrm{O}y$ tale che la distanza tra due suoi punti $\mathrm{P}_1(x_1,y_1)$, $\mathrm{P}_2(x_2,y_2)$ sia $d(\mathrm{P}_1,\mathrm{P}_2)=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$

6) detti B e C i punti di intersezione dell'asse delle ordinate rispettivamente con le rette t e p, calcolare l'area del triangolo di vertici i punti A, B, e C.

Esercizio 4. Si consideri il fascio di rette $\mathcal{L} := \big\{(1-3k)\,x + k^2 y + (k-3)\big\}_{k\in\mathbb{R}}$ di $\mathbb{E}^2$. Si risponda alle seguenti richieste:

1) descrivere in forma esplicita le rette di $\mathcal{L}$ al variare di k in $\mathbb{R}$;

2) dire se esiste, e in caso affermativo esibire, una retta r_k di $\mathcal{L}$ passante per i punti $\mathrm{P}_1(-1,0)$ e $\mathrm{P}_2(0,1)$ di $\mathbb{E}^2$;

3) dire se esiste, e in caso affermativo esibire, una retta r_k di $\mathcal{L}$ passante per i punti $\mathrm{P}_1(-1,0)$ e $\mathrm{P}_2(0,2)$ di $\mathbb{E}^2$;

4) dire se esiste, e in caso affermativo esibire, una retta r_k di $\mathcal{L}$ parallela all'asse delle ordinate;

5) dire se esiste, e in caso affermativo esibire, una retta r_k di $\mathcal{L}$ perpendicolare alla retta di $\mathbb{E}^2$ di equazione $y - x + 1 = 0$;

6) dire se esiste, e in caso affermativo esibire, una retta r_k di $\mathcal{L}$ passante per l'origine O. Ne esistono altre?

Esercizio 5. Si considerino i fasci di rette $\mathcal{L} := \{(k-1)\,x + ky + (1-k)\}_{k\in\mathbb{R}}$ e $\mathcal{L}' := \{hx + (h+1)\,y + h\}_{h\in\mathbb{R}}$ in $\mathbb{E}^2$. Si risponda alle seguenti richieste:

1) determinare $k, h \in \mathbb{R}$ tali che le rette $\mathsf{r}_k \in \mathcal{L}$ e $\mathsf{r}'_h \in \mathcal{L}'$ siano parallele;

2) determinare $k, h \in \mathbb{R}$ tali che le rette $\mathsf{r}_k \in \mathcal{L}$ e $\mathsf{r}'_h \in \mathcal{L}'$ siano coincidenti;

3) determinare $k, h \in \mathbb{R}$ tali che le rette $\mathsf{r}_k \in \mathcal{L}$ e $\mathsf{r}'_h \in \mathcal{L}'$ abbiano almeno un punto in comune;

4) per i valori di k e h determinati al punto (3), descrivere il luogo $\mathcal{I}$ dei punti di intersezione delle rette r_k di $\mathcal{L}$ con le rette r'_h di $\mathcal{L}'$;

5) sia $\mathrm{P}\,(1,-1) \in \mathbb{E}^2$. Dire se $\mathrm{P} \in \mathcal{I}$ e, in caso affermativo, esibire rette $\mathsf{r}_k \in \mathcal{L}$ e $\mathsf{r}'_h \in \mathcal{L}'$ che in tale punto si incontrano.