Insegnamento di Calcolo , a.a. 2009-10
Test finale primo modulo, 9 febbraio 2012

In questi esercizi, indichiamo con m il numero del mese di nascita del candidato (da 1 a 12). Scrivere le risposte su questi stessi fogli, separatamente per ogni domanda.

Candidato: | |

Data di nascita: | |

(1) (a) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{x - m}}$$

trovandone dominio di definizione, ed ove possibile intervalli di monotonia e convessità, eventuali massimi e minimi locali, asintoti, punti angolosi e/o cuspidi), e tracciarne il grafico. Potrebbe non essere possibile ricavare con precisione tutti questi dati, ma in tal caso si provi a tracciare un grafico approssimativo.

(b) A partire dal grafico della funzione f nella parte precedente, tracciare il grafico della funzione $g(x) = \sin(f(x))$.

(10 punti)

Candidato:

Data di nascita:

(2) Trovare il polinomio di Taylor di grado 3 con centro in 0 di $e^{(e^{mx}-1)}$, senza calcolare derivate, ma solo usando lo sviluppo di Taylor noto della funzione esponenziale. *(6 punti)*

Candidato:

Data di nascita:

(3) Trovare quale è il grado di un opportuno sviluppo di Taylor che permetta di calcolare $\sqrt[3]{1001}$ con un errore inferiore a 10^{-3} (specificare la funzione da sviluppare, e scegliere il centro di sviluppo che risolve il problema con il grado più basso). Si noti che non viene richiesto il valore approssimato di $\sqrt[3]{1001}$, ma solo il grado del polinomio di Taylor. *(10 punti)*

Candidato:

Data di nascita:

(4) Determinare se convergono le serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}$$

e

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln(n^2)}$$

motivando le risposte (si citino esplicitamente i criteri di convergenza utilizzati). *(8 punti)*

Candidato:

Data di nascita:

(5) La restrizione della funzione $h(x) = \sqrt{x}$ all'intervallo $I = (0, 1)$ è uniformemente continua in I? È lipschitziana in I? Spiegare le risposte. *(6 punti)*