

Insegnamento di Calcolo, a.a. 2009-10
Test finale CALCOLO MOD.1 (per STM), 21 giugno 2010

Candidato:

Sia m il numero del mese di nascita del candidato (da 1 a 12)

1. Studiare e disegnare il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{(x+2m)(x-1)}{(x-2m)(x+1)}$$

trovando gli eventuali asintoti verticali, orizzontali ed obliqui, ed indicando in che zone si trovano i punti di massimo e minimo (calcolandoli esattamente solo se possibile).

Dal grafico precedente dedurre l'andamento del grafico della funzione composta $\sin(f(x))$. (12 punti)

2. Trovare gli asintoti di

$$g(x) = e^{(1+\ln(\sqrt{1+(mx)^2}))}.$$

(8 punti)

3. Sia $h(x) \sim x^m$ per $x \rightarrow 0$ (ossia, esiste finito e non nullo il limite per $x \rightarrow 0$ di $h(x)/x^m$). Quale è l'ordine di infinitesimo di

$$e^{(e^{h(x)}-1)} - 1$$

per $x \rightarrow 0$?

(8 punti)

4. Determinare per quali $\alpha > 0$ convergono le serie

(a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha} + (-1)^{n+1} n^{2\alpha}}$$

(b)

$$\sum_{n=2}^{\infty} \sin \left(\frac{(-1)^n}{n^{2\alpha} - n^{\alpha}} \right)$$

(c)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin \left(\frac{1}{n^{\alpha} + n^{2\alpha} + n^{n\alpha}} \right)$$

verificando che siano verificate le eventuali condizioni dei criteri utilizzati. (8

punti)