

**Insegnamento di Calcolo mod.1 STM, a.a. 2010-11, e
Analisi Matematica 1 SMC
Test finale, 1 settembre 2011**

Candidato:

Data di nascita:

In questi esercizi, indichiamo con m il numero del mese di nascita del candidato (da 1 a 12).

*Scrivere il proprio nome e cognome e data di nascita **dove indicato** e riportare nome e cognome sulla prima pagina di tutti i fogli. Consegnare **anche la presente pagina** degli enunciati.*

Gli studenti che debbono affrontare il test integrativo per il riconoscimento di Calcolo 1 STM da altro Corso di Laurea saltano il primo problema, e scrivono qui il Corso di Laurea di provenienza.

- (1) Determinare l'insieme di definizione e l'insieme di derivabilità della funzione

$$f(x) = \sqrt{\cos(\ln(x^m))}$$

e calcolarne la derivata.

(5 punti)

Candidato:

- (2) (a) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{x-m}}$$

trovandone dominio di definizione, ed ove possibile intervalli di monotonia e convessità, eventuali massimi e minimi locali, asintoti, punti angolosi e/o cuspidi), e tracciarne il grafico. Potrebbe non essere possibile ricavare con precisione tutti questi dati, ma in tal caso si provi a tracciare un grafico approssimativo.

- (b) A partire dal grafico della funzione f nella parte precedente, tracciare il grafico della funzione $g(x) = \sin(f(x))$.

(10 punti)

Candidato:

- (3) Determinare tramite lo sviluppo di Taylor l'ordine di infinito (o di infinitesimo) per $x \rightarrow m$ (se esiste) della funzione

$$h(x) = \frac{1}{\cos(x-m)} - \frac{1}{\cot(x-m)}.$$

(Nota: non viene assegnato alcun credito se il problema non è risolto tramite sviluppi di Taylor.) *(6 punti)*

Candidato:

(4) Per quali $z \in \mathbb{C}$ e $\alpha, \beta > 0$ la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{z^n}{n^\alpha + n^\beta \ln n}$$

risulta convergente? Si può dire qualcosa anche per alcuni dei numeri complessi z con $|z| = 1$? *(12 punti)*

Candidato:

- (5) (a) Definire la uniforme continuità (in termini di ε e δ) e spiegare la differenza fra questo concetto e la continuità.
- (b) Enunciare il teorema di Heine sulla uniforme continuità sui compatti. *(7 punti)*

Motivare tutte le risposte.