

Insegnamento di Calcolo mod.1, a.a. 2009-10
Test n.3, 22 gennaio 2010

Candidato:
Data di nascita:

In questi esercizi, indichiamo con m il numero del mese di nascita del candidato (da 1 a 12).

(1) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x - m}{x - 4m}$$

(dominio di definizione, asintoti, massimi e minimi, convessità) e tracciarne il grafico. *(12 punti)*

(2) Ora studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - m}{x^2 - 4m}$$

e tracciarne il grafico. *(10 punti)*

(3) Per quali valori di $\alpha > 0$ la funzione

$$g_\alpha(x) = |mx|^\alpha$$

è derivabile in $x = 0$? *(6 punti)*

(4) *Rispondere alla domanda fra le seguenti che ha il valore appropriato m del mese di nascita:*

$m=1,2$: Scrivere la definizione di funzione uniformemente continua, evidenziando la differenza rispetto alla definizione di funzione continua.

$m=3,4$: Enunciare il teorema di Leibnitz per le serie a segni alterni.

$m=5,6$: Scrivere la definizione di insieme compatto.

$m=7,8$: Enunciare il teorema sulla continuità di funzione inversa (nei vari casi di domini di definizione in cui vale).

$m=9,10$: Scrivere la definizione di derivata *espressa in termini di infinitesimi*.

$m=11,12$: Enunciare i teoremi del valor medio di Lagrange e di Cauchy.

(7 punti)

- (5) *Rispondere sì o no a ciascuna delle seguenti domande, direttamente su questo foglio (non verranno valutate se scritte su un altro foglio). Ogni risposta giusta conta 1 punto, ogni risposta non data conta 0, ma sbagliata conta -1 punto.*
- (i) Le funzioni continue su un compatto:
 - (i) hanno massimo e minimo finiti?
 - (ii) sono derivabili?
 - (iii) sono uniformemente continue?
 - (iv) sono lipschitziane?
 - (ii) Le funzioni lipschitziane su un intervallo $[a, b]$:
 - (i) sono limitate?
 - (ii) sono continue?
 - (iii) sono uniformemente continue?
 - (iv) se sono derivabili hanno derivata limitata?
 - (iii) Le funzioni uniformemente continue su un intervallo $[a, b]$:
 - (i) sono limitate?
 - (ii) sono continue?
 - (iii) sono lipschitziane?
 - (iv) Le funzioni uniformemente continue su un intervallo aperto (a, b) :
 - (i) sono limitate?
 - (ii) sono estendibili con continuità alla chiusura $[a, b]$?
 - (iii) sono lipschitziane?
 - (iv) se sono derivabili hanno derivata limitata?