Insegnamento di Calcolo mod.1, a.a. 2012-13
Test n.2, 16 gennaio 2013

Si riempiano le prossime due righe (da -2 a 0 punti):

Candidato:

Data di nascita:

*In questi esercizi, indichiamo con m il numero del mese di nascita del candidato (da 1 a 12). Si scriva la risposta a ciascun problema **sul foglio stesso della domanda**, e si scriva nome e cognome su ogni foglio.*

Tutti gli esercizi hanno lo stesso punteggio.

(1) Mostrare che, per ogni $\varepsilon > 0$, esiste un intero n tale che

$$\sum_{k>n} (-1)^k \frac{1}{k^{\frac{1}{m}}} < \varepsilon$$

e trovare un tale valore di n nel caso $\varepsilon = 1/100$.

Candidato:

Data di nascita:

(2) Trovare il numero delle radici dell'equazione

$$\sin x = \frac{1}{x}$$

nell'intervallo $[-4\pi, 4\pi]$.

Candidato:

Data di nascita:

- (3) Tracciare il grafico della funzione $f(x) = \cos x + \ln x$, determinandone il dominio di definizione, gli eventuali asintoti verticali e obliqui (che potrebbero essere orizzontali), il numero e l'ubicazione approssimativa dei punti di massimo e minimo e delle zone di convessità e concavità; per i massimi e minimi può essere utile la risposta al problema (2).

Candidato:

Data di nascita:

(4) Mostrare che, per ogni $0 < x < y$, valgono le disuguaglianze

$$|\sin(y^2) - \sin(x^2)| \leq 2y(y - x) ,$$

$$|\sin(y^2) - \sin(x^2)| \leq y^2 - x^2 .$$

Quale di queste due è la disuguaglianza più forte? Spiegare.