

Insegnamento di Calcolo mod.1, a.a. 2011-12
Test n.1, 22 dicembre 2011

Si riempiano le prossime due righe (da -2 a 0 punti):

Candidato:

Data di nascita:

*In questi esercizi, indichiamo con m il numero del mese di nascita del candidato (da 1 a 12). Si scriva la risposta a ciascun problema su un foglio differente e si scriva nome e cognome su ogni foglio. **Riconsegnare anche il presente foglio delle domande, in assenza del quale il test non verrà valutato.***

- (1) La funzione

$$f_m(x) := 1 - \sqrt[m+3]{\cos x}$$

è infinitesima per $x \rightarrow 0$. Si scriva $\cos x = 1 + t$ e si utilizzi l'espressione nota per l'andamento per $t \rightarrow 0$ di $(1+t)^\alpha$ (del tipo $(1+t)^\alpha = \text{polinomio} + \text{termine } o(t^k)$ per un opportuno valore di k) per dedurre l'ordine di infinitesimo di f_m per $x \rightarrow 0$. (12 punti)

- (2) Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (\cos(n^{-m\alpha}))^n$$

al variare di α in $(0, +\infty)$.

(Suggerimento: si ricordi che $(\cos t)^n = e^{n \ln \cos t}$, e si scriva $\ln \cos t = \ln(1 + (\cos(t) - 1))$, usando poi l'espressione nota per l'andamento di $\ln(1+x)$ per $x \rightarrow 0$). (10 punti)

- (3) (a) Studiare, al variare di x , la convergenza assoluta della seguente serie numerica:

$$\sum_k (2^{mx} - 3)^{mk} \sin\left(\frac{k^2}{k^3 + m}\right)$$

- (b) Studiare, al variare di x , la convergenza semplice della stessa serie.

(14 punti)