

Università di Roma Tor Vergata

Corso di Laurea in

*Scienze e Tecnologie per i Media*

Esercizi sui limiti, 25.11.2009



**Esercizi di base**

- (1) (a) Calcolare, se esiste, il limite per  $x \rightarrow +\infty$  della funzione  $g$  definita da  $g(x) = e^{x \sin x}$ .  
(b) Calcolare il minimo ed il massimo limite di  $\{g(n) : n \in \mathbb{N}\}$  per  $n \rightarrow +\infty$ .
- (2) Calcolare il limite per  $n \rightarrow +\infty$  di  $a_n = [\sin(n^2)]$ .

- (3) (a) Calcolare il limite per  $x \rightarrow 0$  di

$$\frac{1 - \cos x}{x^2}$$

- (b) Dal calcolo precedente ricavare il limite per  $x \rightarrow 0$  di

$$\frac{1 - \cos(\sin x)}{x^2}$$

- (4) Sia  $a_0 = re^{i\theta} \in \mathbb{C}$ . Per quali  $r$  e  $\theta$  esiste il limite (finito o infinito) della successione  $a_n = a_0^n$ ?
- (5) Mostrare che la successione  $\frac{1}{n}$  converge utilizzando il criterio di Cauchy.
- (6) Mostrare che la successione  $\arctg(n)$  ha una sottosuccessione convergente, utilizzando le proprietà degli insiemi compatti.

**Esercizi di recupero**

(7) Per ogni  $a > 0$ , quanto vale il limite  $\lim_n \sqrt[n]{a}$  ?

(8) Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x \sin\left(\frac{1}{x^2}\right) & \text{se } x < 0 \\ x^2 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

Quali delle seguenti asserzioni sono vere, per  $x \rightarrow 0$ ?

(a)  $f = O(x)$ ;

(b)  $f = o(x)$ ;

(c)  $f = O(x^2)$ ;

(d)  $f \approx x^2$ .

Perché?

(9) Calcolare il limite per  $x \rightarrow +\infty$  della funzione  $h$  definita da

$$h(x) = \frac{\ln(e^x)}{x}.$$

(10) Risolvere la disuguaglianza

$$|z^2 + 2z + 1| > 0$$

per  $z \in \mathbb{C}$ .

(11) Risolvere la disuguaglianza

$$|x^2 + 2x| > 1$$

per  $x \in \mathbb{R}$ .