

Università di Roma Tor Vergata  
Corso di Laurea in  
*Scienze e Tecnologie per i Media*

## Esercizi sui limiti

Massimo A. Picardello







- (1) Calcolare l'ordine di infinitesimo per  $x \rightarrow 0$  della funzione  $f$  definita da

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x^2) & \text{se } x < 0 \\ x^2 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

- (2) Calcolare l'ordine di infinitesimo per  $x \rightarrow 0$  della funzione  $f$  definita da

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x^2) & \text{se } x < 0 \\ x^3 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

- (3) Calcolare l'ordine di infinito per  $x \rightarrow +\infty$  della funzione  $f$  definita da  $f(x) = \sin(e^x)$ .
- (4) Calcolare l'ordine di infinito per  $x \rightarrow +\infty$  della funzione  $f$  definita da  $f(x) = \log(e^x)$ .
- (5) Calcolare il limite per  $x \rightarrow +\infty$  di  $f(x) = [\sin(x^2)]$ .
- (6) Calcolare il limite per  $x \rightarrow +\infty$  di  $f(x) = \sin([x^2])$ .
- (7) Calcolare il limite per  $x \rightarrow 0$  di

$$\frac{1 - \cos(\sin x)}{x^2}$$

- (8) Calcolare il limite per  $x \rightarrow 0$  di

$$\frac{1 - \cos(\sin x)}{x^2}$$

- (9) Calcolare l'ordine di infinitesimo per  $x \rightarrow +\infty$  di  $1 - e^{\frac{1}{x}}$
- (10) Sia  $a_n = \frac{1}{n}$ . Esiste una sottosuccessione  $a_{n_k}$  tale che  $a_{n_k} = O(2^{-k})$ ? Se sì trovarne una, se no spiegare perché.
- (11) Per ogni  $n \in \mathbb{N}$  sia  $a_{n+1} = a_n^2$ . Per quali valori di  $a_0$  esiste finito il limite  $\lim_n a_n$ , e quanto vale?
- (12) Per ogni  $n \in \mathbb{N}$  sia  $a_{n+1} = [a_n]$ . Per quali valori di  $a_0$  esiste finito il limite  $\lim_n a_n$ , e quanto vale?
- (13) Per ogni  $n \in \mathbb{N}$  sia  $a_{n+1} = 1/a_n$ . Per quali valori di  $a_0$  esiste finito il limite  $\lim_n a_n$ , e quanto vale?
- (14) Per ogni  $a \in \mathbb{R}$ , quanto vale il limite  $\lim_n \sqrt[n]{a}$ ?
- (15) Calcolare il limite per  $n \rightarrow \infty$  di  $(1 + \frac{1}{n^2})^n$ .
- (16) Calcolare il limite per  $n \rightarrow \infty$  di  $(1 + \frac{1}{n})^{(n^2)}$ .
- (17) Calcolare il limite per  $n \rightarrow \infty$  di  $((1 + \frac{1}{n})^n)^2$ .

- (18) Calcolare il limite per  $n \rightarrow \infty$  di  $(1 + \frac{1}{n})^{2n}$ .
- (19) Sia  $a_0 = re^{i\theta} \in \mathbb{C}$ . Per quali  $r$  e  $\theta$  esiste il limite (finito o infinito) della successione  $a_n = a_0^n$ ?
- (20) Calcolare il limite per  $x \rightarrow +\infty$  di

$$x \log \left( 1 + \frac{1}{x} \right) / \arctan x$$

- (21) Calcolare il limite per  $x \rightarrow 0$  di

$$\frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{1 - \cos x}$$

- (22) Calcolare il massimo ed il minimo limite della successione  $(-1)^n \arctan n$ .
- (23) La successione  $a_n = (-1)^{\arctan n}$  è ben definita? Se sì determinare se ha limite, se no spiegare perché.
- (24) Mostrare che la successione  $1 - \frac{1}{n}$  converge utilizzando il criterio di Cauchy.