

Analisi Matematica 1

C. L. Ingegneria - Università di Roma "Tor Vergata"

Esempi di prova scritta online - Sessione estiva 2020

Prova n. 1 - Tempo per lo svolgimento: 60 minuti

Esercizio 1. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(e^{-\frac{1}{n}} \sqrt{n^2 + 3n} - n \right).$$

Esercizio 2. Determinare il dominio della funzione

$$f(x) = \sqrt{|x^2 + 3x + 2|} - 1.$$

Esercizio 3. Determinare le primitive della funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{5 - x^2}}$$

e calcolare il seguente integrale improprio

$$\int_0^{\sqrt{5}} \frac{x^2}{\sqrt{5 - x^2}}.$$

Prova n. 2 - Tempo per lo svolgimento: 60 minuti

Esercizio 1. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \log |1 - 2x| - 2}{\sqrt{2x - 1} - x}.$$

Esercizio 2. Determinare il dominio di esistenza della funzione

$$f(x) = \frac{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x}{\log(8 - |2x + 1|)}.$$

Esercizio 3. Determinare la soluzione generale della seguente equazione differenziale

$$y'(x) - \frac{y(x)}{x + x^2} = 1.$$

Prova n. 3 - Tempo per lo svolgimento: 60 minuti

Esercizio 1. Calcolare il seguente limite,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left(e^{-\frac{1}{2n^2}} - \cos\left(\frac{1}{n}\right) \right)^n (n + 1)^{4n}}{12^{-n} + 4^{-2n}}.$$

Esercizio 2. Determinare gli intervalli di crescita e studiare i punti di non derivabilità della funzione

$$f(x) = \arctan(e^x - 1) - |x|.$$

Esercizio 3. Determinare le primitive della funzione,

$$f(x) = \arcsin(\sqrt[3]{2x - 1})$$

e calcolare l'integrale:

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \arcsin(\sqrt[3]{2x - 1}) dx.$$

Prova n. 4 - Tempo per lo svolgimento: 60 minuti

Esercizio 1. Determinare gli asintoti per $x \rightarrow +\infty$ e per $x \rightarrow -\infty$ della funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 3x^2} + \sqrt[3]{x^2|x - 1|}.$$

Esercizio 2. Determinare i punti di non derivabilità della funzione

$$f(x) = |x^2 + 3x + 2| - |x + 2|.$$

Esercizio 3. Verificare che il seguente integrale improprio converge, e calcolarlo

$$\int_4^{+\infty} \frac{\log(x - 3)}{(x - 4)^{3/2}}.$$

Prova n. 5 - Tempo per lo svolgimento: 60 minuti

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x) = |x - 5| e^{-\frac{1}{x-3}}$$

determinare gli intervalli di decrescenza e i punti di minimo/massimo locale.

Esercizio 2. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e(n + 1/n)^n - (n + 1)^n}{(n + 1)^{n-1}}.$$

Esercizio 3. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sqrt{3 + 2x(t) - x^2(t)} \\ x(0) = 1 \end{cases}$$

Prova n. 6 - Tempo per lo svolgimento: 60 minuti

Esercizio 1. Determinare gli asintoti per $x \rightarrow +\infty$ e per $x \rightarrow -\infty$ della funzione

$$f(x) = x \exp\left(\frac{|x - 1|}{x}\right).$$

Esercizio 2. Determinare gli intervalli di convessità della funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{2x - x^2}}{1 - x}.$$

Esercizio 3. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int x \log(x^2 + \sqrt{1 + x^4}) dx.$$

Prova n. 7 - Tempo per lo svolgimento: 60 minuti

Esercizio 1. Determinare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x + \cos \sqrt{2x})^{2/x} - 1}{\log(1+x)}.$$

Esercizio 2. Determinare gli intervalli di decrescenza della funzione

$$f(x) = \log |3e^x - 2e^{2x}|.$$

Esercizio 3. Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y'(x) = \frac{y^2(x)e^{-x}}{\sqrt{3 + e^{-x}}}.$$

Prova n. 8 - Tempo per lo svolgimento: 60 minuti

Esercizio 1. Determinare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3(1 + \frac{2}{x})^{x^2} + 4x^{\log(x)}}{4x^{2x/\log(x)}}.$$

Esercizio 2. Determinare il dominio e gli eventuali punti di non derivabilità della funzione

$$f(x) = \arcsin \left(\frac{1 - 5x^2}{1 + 5x^2} \right).$$

Esercizio 3. Determinare le primitive della funzione

$$f(x) = \frac{\log(x-3)}{(x-4)^{3/2}}.$$

Prova n. 9 - Tempo per lo svolgimento: 60 minuti

Esercizio 1. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(2n+1)^{2n}}{(4n^2 - n)^n - (n^2 + n \log(n))^n}.$$

Esercizio 2. Determinare gli intervalli di crescita e gli eventuali punti di massimo e minimo relativo della funzione

$$f(x) = x^2 + \log |x^2 - 3|.$$

Esercizio 3. Discutere la convergenza del seguente integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{\log(x) - \log(x-1)}{(x-a)^\alpha} dx$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.