

## DIARIO DELLE LEZIONI 40-41-42

### CONTENTS

24. Lezioni 40-41-42

1

[B] Dispense a cura del docente.

### 24. Lezioni 40-41-42

- Integrale improprio secondo Riemann.
- Criterio del confronto e del confronto asintotico per gli integrali impropri.  
**ESERCIZI:** Calcolare

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \int_1^t \frac{1}{\sqrt{x}} dx, \quad \lim_{s \rightarrow 0^+} \int_s^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx.$$

**ESERCIZIO.** Dimostrare che

$$\int_0^1 \frac{1}{x} dx,$$

è divergente.

**ESERCIZIO.** Dimostrare che

$$\int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{|x|^\alpha} dx,$$

è divergente se  $\alpha \leq 1$ , convergente se  $\alpha > 1$  e viceversa

$$\int_{-1}^0 \frac{1}{|x|^\alpha} dx,$$

è convergente se  $\alpha \leq 1$ , divergente se  $\alpha > 1$ .

**ESERCIZIO.** Dato  $x_0 \in \mathbb{R}$ , discutere, al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , la convergenza dell' integrale improprio

$$\int_{x_0-1}^{x_0+1} \frac{1}{|x-x_0|^\alpha} dx.$$

**ESERCIZIO.** Discutere la convergenza degli integrali impropri

$$\int_1^4 \frac{1}{|x-2|^{\frac{1}{3}}} dx, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(1+x^2)^2} dx,$$

e calcolare il secondo.

**ESERCIZI:** Discutere, la convergenza degli integrali impropri

$$\int_1^{+\infty} \frac{2 + \sin(x)}{\sqrt{x}} dx, \quad \int_{-1}^0 \frac{|\sin(x)|}{\sqrt{|x|}} dx, \quad \int_{-1}^0 \frac{2 + \sin(x)}{|x|^4} dx.$$

**ESERCIZIO.** Al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  discutere, la convergenza dell' integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{(1 - \cos(x))^{\frac{1}{3}}}{|e^x - 1 - x|^\alpha} dx.$$

**ESERCIZIO.** Discutere la convergenza dell' integrale improprio

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{|x|^2 |\log|x||} dx.$$

**ESERCIZIO.** Cosa si può concludere sulla convergenza dell' integrale improprio

$$\int_{-\infty}^{-2} \frac{(e^{\frac{1}{|x|(\log|x|)^4}} - 1)^2 |x|^4 (\log|x|)^{16}}{|x|(\log|x|)^4 (1 + x^2 (\log|x|)^8)} dx,$$

utilizzando il criterio del confronto asintotico con le funzioni  $g(x) = \frac{1}{|x|^\alpha}$ ,  $\alpha > 0$ ?

**ESERCIZI:** Discutere la convergenza dei seguenti integrali impropri

$$\int_{-2}^{+\infty} x^2 e^{-x} dx, \quad \int_{-1}^1 x^4 e^{\frac{1}{\sqrt{|x|}}} dx, \quad \int_{-1}^1 \frac{e^{-\frac{1}{\sqrt[3]{|x|}}}}{|x|^4} dx,$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{e^{-\sqrt[3]{|x|}} \arctan(e^{x^2}) \log(1 + |x| \sin(|x|)^2)}{\sqrt{|x|} |\arctan(x^{\frac{1}{3}})|} \right) dx.$$

**ESERCIZI:** Al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , discutere la convergenza dell' integrale improprio

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-x^2}}{|\log|x| \arctan(x^2 - 1)|^\alpha} dx.$$